

## МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ИНДУКЦИОННОЙ ЗАКАЛКИ

ГОЛУБЕВ А.Н., КАДНИКОВ С.Н., доктора техн. наук

Приведена методика численного моделирования процесса индукционного нагрева на основе совместного расчета взаимосвязанных электромагнитного и теплового полей. Методика реализована на основе программного комплекса ELCUT.

*Ключевые слова:* индукционная закалка, математическая модель, удельная теплопроводность.

## MATHEMATICAL MODELING METHOD OF INDUCTION HARDENING PROCESS

GOLUBEV A.N., Ph.D., KADNIKOV S.N., Ph.D.

The article deals with computational modeling of induction heating process on the basis of combined calculation of interconnected electromagnetic and heat fields. The method is realized on the basis of ELCUT program.

*Key words:* induction hardening, mathematical model, specific heat conductivity.

Индукционная закалка является в настоящее время одним из основных и наиболее эффективных способов упрочнения поверхностных слоев деталей машин. Несмотря на длительную практику ее применения, возможности ее совершенствования далеко не исчерпаны. Это касается, в первую очередь, создания новых типов источников питания установок индукционной закалки, в качестве которых во многих случаях до сих пор используются электромашинные генераторы. Кроме того, большие резервы повышения эффективности этого метода заключаются в возможности совершенствования конструкций индукторов и оптимизации собственно режимов закалки. Последнее становится особенно актуальным в связи с постоянно повышающимися требованиями к усталостной прочности и твердости закаливаемых изделий.

Существующие методы проектирования установок индукционной закалки, и в частности ее основных элементов – индукторов, обычно основаны на применении грубых приближенных методик, опирающихся на экспериментальные данные [1, 2, 3, 4]. Поскольку на самом деле зависимости между термическими и энергетическими параметрами технологического процесса не выражаются в простой форме, такой подход не позволяет получить оптимальные параметры конструкций индукторов и режимов закалки. Кроме того, он приводит к необходимости достаточно длительной экспериментальной доводки спроектированных устройств. В результате часто не удается добиться требуемой конфигурации закаливаемой зоны и оптимизации закалочного режима, что может проявляться, в частности, в недопустимом перегреве отдельных участков обрабатываемой детали.

Отсюда следует, что в настоящее время проектирование установок индукционной закалки должно опираться на современные методы математического моделирования, основанные на использовании вычислительной техники. Такой подход позволяет избежать грубых допущений, характерных для большинства расчетных методик, построить математические модели индукторов и режимов закалки, адекватно отражающих характерные особенности основных физических явлений индукционного нагрева, и, что наиболее важно, учесть взаимовлия-

ние тепловых и электромагнитных процессов в динамике их протекания.

Рассматривается методика расчета индукторов и режимов индукционной закалки дорожек качения опорно-поворотных устройств (ОПУ) автомобильных кранов. Необходимость разработки методики возникла в связи с новыми требованиями к глубине закалки и конфигурации закалочной зоны зубчатых венцов и колец ОПУ. До недавнего времени требовалась закалка на глубину порядка 2,5 мм. Согласно новым требованиям к чистоте рабочих поверхностей деталей необходимая глубина поверхностной закалки должна составлять 5–6 мм. При этом толщина закаливаемого слоя в пределах закаливаемого участка должна меняться не более чем на 20%. Кроме того, недопустим перегрев на кромках деталей.

Основой разработанной методики являются точные математические модели электромагнитных и тепловых процессов индукционной закалки. Закаливаемая область рассматривается как кусочно-однородная среда. Для расчета квазистационарного электромагнитного поля в области индуктора и в зоне закалки в каждом однородном участке используются уравнения типа Гельмгольца в линейном приближении:

$$\frac{\partial^2 A_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial y^2} - j\omega\mu_0\mu_i\gamma_i = 0, \quad (1)$$

где  $A_i$  – векторный потенциал  $i$ -го однородного участка;  $\mu_i$  и  $\gamma_i$  – соответствующие значения относительной магнитной проницаемости и удельной проводимости, зависящие от температуры.

Выражение для относительной магнитной проницаемости  $\mu_i$  в каждой однородной зоне в функции температуры приближенно можно представить следующей формулой:

$$\mu_i = 1 + (\mu - 1) \left[ 1 - \left( \frac{T_i}{T_K} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где выражение в квадратных скобках принимается равным нулю, если температура  $T_i$  данной зоны больше температуры точки Кюри.

На границе однородных участков  $\ell$  должны соблюдаться граничные условия вида

$$\frac{1}{\mu_i} \frac{\partial A_i}{\partial n} \Big|_{\ell} = \frac{1}{\mu_{i+1}} \frac{\partial A_{i+1}}{\partial n} \Big|_{\ell}. \quad (3)$$

В воздушном зазоре между закаливаемой деталью и индуктором векторный магнитный потенциал должен подчиняться уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 A_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

Возможность кусочно-однородной линеаризации электромагнитной задачи возникает в силу того, что, во-первых, в каждой из однородных зон магнитное поле меняется по пространству достаточно медленно, и поэтому магнитную проницаемость в пределах каждой из подобластей можно считать постоянной, и во-вторых, электромагнитные процессы устанавливаются гораздо быстрее тепловых.

Для расчета теплового поля используется нестационарное нелинейное уравнение теплопроводности, в котором учитывается зависимость удельных теплопроводности и теплоемкости от температуры:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho_i c_i} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_i \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_i \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right], \quad (5)$$

где  $\rho_i$  – удельная плотность металла;  $c_i$  – удельная теплоемкость;  $\lambda_i$  – удельная теплопроводность, зависящие от температуры.

В воздушном зазоре температура также должна удовлетворять нестационарному уравнению теплопроводности с постоянным коэффициентом температуропроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (6)$$

Общая схема расчета следующая. Закаливаемый участок делится на  $n$  зон с симметрией относительно оси нагрева (симметричность зон обуславливает их одинаковые свойства, что упрощает задание последних), различающихся значениями магнитной проницаемости  $\mu$  и проводимости  $\gamma$ . Конфигурации зон желательно выбирать соответствующими предполагаемой картине распределения температурного поля, что повышает точность расчета с учетом возможных изменений геометрии индуктора. В соответствии с этим делением единая задача расчленяется на отдельные следующие друг за другом подзадачи, в пределах каждой из которых параметры  $\mu$  и  $\gamma$  остаются постоянными. Условием перехода от текущей подзадачи к следующей является достижение температурой в очередной зоне значения, соответствующего изменению магнитных свойств материала зоны, т.е.  $T = 750^\circ$ . При этом для этой зоны значение  $\mu$  принимается равным 1 и одновременно для всех зон в соответствии с зависимостями  $\gamma(T)$  корректируются значения электропроводности  $\gamma$ . Поскольку теплопроводность и теплоемкость задаются как функции температуры (рис. 1, 2), файл физических свойств объекта для тепловой задачи в процессе решения подзадач остается неизменным.

Расчет начинается с установки начальных значений  $\mu$  для каждой из  $n$  зон. Поскольку кривая намагничивания нелинейна, данный расчет носит итеративный характер. Для этого для всех зон задается начальное значение  $\mu = 200-300$  и ток индуктора, равный 10–20% от его расчетного значения. Далее рассчитывается электромагнитное поле в задан-

ных подобластях и для каждой из зон определяется магнитная напряженность  $H$ , по величине которой с использованием магнитной характеристики  $\mu(H)$  для действующих значений корректируется значение  $\mu$ . Расчет повторяется до тех пор, пока значения  $\mu$  и  $H$  в каждой из зон не будут приведены в соответствие с зависимостью  $\mu(H)$ . После этого увеличивается на 10–20% значение тока в индукторе, и указанный итерационный расчет осуществляется заново. Этап установки начальных значений  $\mu$  считается законченным при завершении этих итераций для тока индуктора, равного заданному значению.

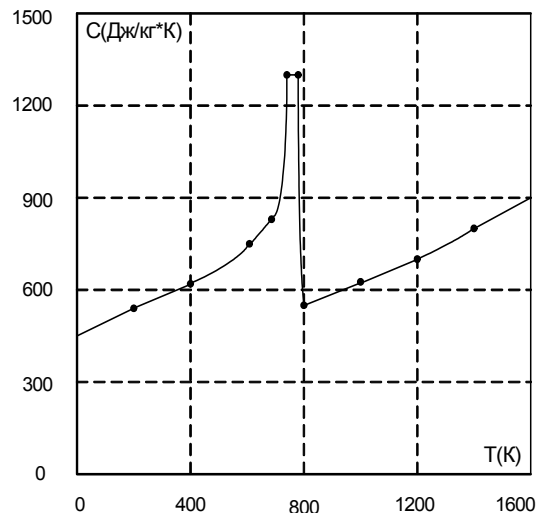


Рис. 1. Графическая зависимость удельной теплоемкости от температуры

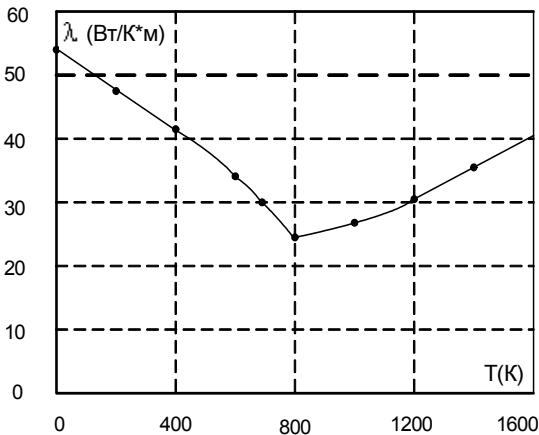


Рис. 2. Графическая зависимость удельной теплопроводности от температуры

После решения электромагнитной подзадачи определяются значения удельной активной мощности в каждой из подобластей, которые затем используются в качестве источников тепловой энергии. Вслед за этим решается уравнение теплопроводности (подзадача «нестационарная теплопередача»). После его решения определяется время достижения первой зоной температуры, соответствующей точке Кюри, и по полученной картине теплового поля определяются значения температуры в каждой зоне. По ним для каждой из зон по зависимости электропроводности  $\gamma$  от температуры в следующей подзадаче по расчету электромагнитного поля корректируются значения  $\gamma$ , а для зоны с температурой  $T = 750^\circ$  задается  $\mu = 1$ . После этого

осуществляется пробное решение электромагнитной подзадачи и для каждой из зон (за исключением зоны с  $\mu = 1$ ) для вновь введенных параметров с использованием зависимости  $\mu(H)$  проверяется соответствие значений относительной магнитной проницаемости  $\mu$  и магнитной напряженности  $H$ . В случае их несоответствия хотя бы для одной из зон осуществляется соответствующая коррекция  $\mu$ , и пробный расчет повторяется, и так до получения необходимого соответствия  $\mu$  и  $H$  во всех зонах. Только после этого осуществляется окончательное решение подзадачи по расчету электромагнитного поля, результаты которого будут являться исходными для следующей подзадачи «нестационарная теплопередача».

Количество связанных подзадач определяется числом наиболее быстро нагреваемых зон (зон по центру токопровода индуктора). Решение полной задачи «магнитное поле переменных токов – нестационарная теплопередача» считается законченным, когда температура границы закаливаемого и незакаливаемого слоев достигнет  $750^\circ$ . После этого следует проверить температуру на поверхности закаливаемой детали. Если она оказалась больше предельно допустимой ( $900^\circ$ – $950^\circ$ ), необходимо уменьшить ток индуктора и весь расчет повторить.

Данный алгоритм был реализован с использованием программного комплекса ELCUT (версия 5.1). При этом использование этого комплекса потребовало создания специальных надстроек для учета взаимовлияния электромагнитного и теплового полей.

Пример использования данной методики иллюстрирует рис. 3, на котором закаливаемый участок кольца ОПУ разделен на пять областей, каждая из которых состоит из десяти зон. При этом, в силу симметрии, электромагнитные и тепловые процессы, протекающие в соответствующих симметрично расположенных областях (слева и справа от оси индуктора), протекают одинаково, что сокращает общее время расчета. Количество расчетных зон и их конфигурация выбираются на основе сравнительных расчетов. Численные эксперименты показали, что разбиение расчетной области, представленное на рис. 3, обеспечивает погрешность расчета электромагнитного и температурного полей не более 5%. Она была определена путем сравнения результатов расчета при данном варианте разбиения и стократном увеличении числа зон. Такая точность при сравнительно небольшом числе зон была достигнута за счет специального выбора их конфигурации, согласующейся с геометрией темпе-

ратурного поля. Если конфигурацию зон выбирать в соответствии с геометрией электромагнитного поля, зависящей от степени проявления поверхностного эффекта, то точность взаимосвязанного расчета оказывается заметно меньшей.

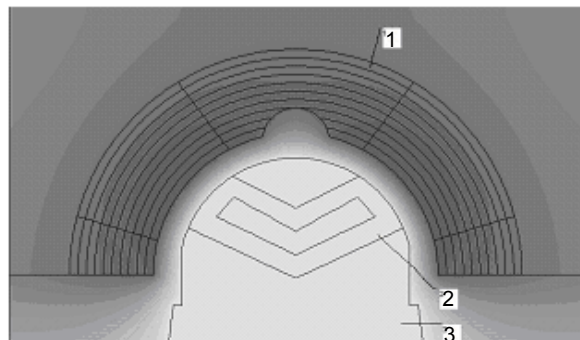


Рис. 3. Расчетные зоны и температурное поле закаливаемой области кольца ОПУ (1 – закаливаемая деталь; 2 – токопровод; 3 – индуктор)

Геометрия индуктора, изображенного на рис. 3, была определена в результате многовариантных расчетов. Представленная картина температурного поля, соответствующая заключительному этапу процесса закалки, показывает, что конфигурация закаливаемой зоны вполне удовлетворяет установленным требованиям. В частности, на внутренней границе закаливаемой зоны (5 мм) наблюдается колебание температуры в пределах 2%. При этом на дорожках качения кольца ОПУ температура составляет  $920^\circ \pm 10^\circ$ , а за пределами этих областей она быстро уменьшается до величины порядка  $800^\circ$ .

Таким образом, разработанная методика позволяет оптимизировать как конструкции индукторов, так и режимы индукционной закалки.

#### Список литературы

1. Установки индукционного нагрева: Учеб. пособие для вузов / А.Е. Слухоцкий, В.С. Немков, Н.А. Павлов и др.; Под ред. А.Е. Слухоцкого. – Л.: Энергоиздат, Ленингр. отд-ние, 1981. – 328 с.
2. Слухоцкий А.Е., Рыскин С.Е. Индукторы для индукционного нагрева. – Л.: Энергия, 1974. – 263 с.
3. Павлов Н.А. Инженерные тепловые расчеты индукционных нагревателей – М.: Энергия, 1978. – 120 с.
4. Шамов А.Н., Бодажков В.А. Проектирование и эксплуатация высокочастотных установок. – Л.: Машиностроение, 1974. – 280 с.

*Кадников Сергей Николаевич,*

ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологий,  
телефон (4932) 26-99-03,  
e-mail: zav@toe.ispu.ru

*Голубев Александр Николаевич,*

ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологий,  
телефон (4932) 26-99-03,  
e-mail: zav@toe.ispu.ru