

О ВЛИЯНИИ СКОРОСТИ ЖИДКОСТИ НА ДИНАМИКУ ПРЯМОГО ТРУБОПРОВОДА

БЕЛОВ И.А., асп.

Представлены результаты исследования влияния скорости протекания жидкости на собственные частоты колебаний трубопроводов.

Ключевые слова: вибрация трубопроводов, надежность трубопроводов при многоцикловом нагружении, скорость жидкости в трубопроводе.

FLOW SPEED INFLUENCE ON DIRECT PIPE DYNAMICS

I.A. BELOV, postgraduate

The work represents the results of research of flow speed influence on self-interference frequencies of pipes fluctuation.

Key words: pipe judder, pipe reliability under high-cycle loading, flow speed in pipe.

Вибрация промышленных трубопроводов, в том числе трубопроводов тепловых и атомных электростанций, может быть серьезной проблемой, приводящей к резкому увеличению затрат на обслуживание, снижению надежности и производительности объекта. В критических случаях вибрация может привести к разгерметизации соединений, нарушению опорно-подвесной системы и даже к усталостному разрушению материала трубопровода. Кроме того, она может вызывать психологические проблемы у обслуживающего персонала и стать причиной нарушения норм охраны труда.

Названные проблемы определяют актуальность изучения этого явления и методов борьбы с ним, а также необходимость оценки надежности трубопроводов при многоцикловом нагружении в результате вибрации. Данная статья является первым этапом работы в этом направлении, на котором рассматриваются собственные динамические характеристики трубопроводов.

Рассмотрим трубопровод в виде прямой однопролетной шарнирно опертой с обоих концов балки. Перемещения точек оси трубопровода по оси y представляют неизвестную функцию прогибов $v(x,t)$. Скорость течения жидкости вдоль оси трубопровода – U . Продольные колебания трубопровода не рассматриваются.

Потенциальная энергия деформации трубопровода определяется по формуле

$$P = \frac{1}{2} \int \sigma_x \varepsilon_x dV_p,$$

где $dV_p = S_p dx$ – элементарный объем трубопровода; $\sigma_x = E \varepsilon_x$ – нормальные напряжения;

$\varepsilon_x = -y \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = -y v''$ – деформации; E – модуль упругости материала.

После подстановки значений получим

$$P = \frac{1}{2} E J \int_0^L v''^2 dx,$$

где J – момент инерции сечения трубопровода.

Векторы скорости точек трубопровода и точек жидкости равны, соответственно:

$$\vec{v}_p = \dot{v} \vec{j};$$

$$\vec{v}_f = (1 - v'^2) U \vec{i} + (\dot{v} + U v') \vec{j},$$

где \vec{i} и \vec{j} – орты системы координат (точка над символом обозначает производную по времени).

Кинетическая энергия системы

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L (m_p \vec{v}_p \vec{v}_p + m_f \vec{v}_f \vec{v}_f) dx,$$

где m_p и m_f – масса трубы и жидкости, отнесенная к единице длины трубопровода.

Окончательно получаем

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L ((m_p + m_f) \dot{v}^2 + 2 \dot{v} U v') dx + \frac{1}{2} m_f U^2 L.$$

При искривлении оси трубопровода на него со стороны жидкости воздействует центробежная сила, пропорциональная радиусу кривизны трубопровода в данной точке. Вариация работы этой силы

$$\delta W = \int_0^L m_f U^2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \delta v dx.$$

Используя принцип наименьшего действия Гамильтона [1]

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta P + \delta W) dt = 0,$$

а также интегрирование по частям, свойство перестановочности операций вычисления производной и вариации и принимая скорость жидкости постоянной ($\dot{U} = 0$), получим следующее уравнение движения системы:

$$(m_p + m_f) \ddot{v} + m_f U^2 v'' + 2 m_f U \dot{v}' + E J v'''' = 0. \quad (1)$$

Для удобства решения перейдем к безразмерным величинам:

$$\tau = \sqrt{\frac{E}{m_p}} t; \quad \xi = \frac{x}{L}; \quad v = \frac{v}{L}; \quad \Omega = \sqrt{\frac{m_p}{E}} \omega,$$

тогда уравнение (1) примет вид

$$M\ddot{v} + Fv'' + H\dot{v}' + v'''' = 0, \quad (2)$$

$$\text{где } M = \left(1 + \frac{m_f}{m_p}\right) \frac{L^4}{J}; \quad H = \frac{2m_f UL^3}{J\sqrt{Em_p}}; \quad F = \frac{m_f U^2 L^2}{EJ}.$$

Решение уравнения (2) для i -й гармоники ищем в виде разложения в ряд по базисным функциям, удовлетворяющим граничным условиям $v(0;t) = v(1;t) = 0, \dot{v}(0;t) = \dot{v}(1;t) = 0$:

$$v_i(\xi; \tau) = \sum_k A_{2k-1} \sin((2k-1)\pi\xi) \sin(\Omega_i \tau) + \sum_n A_{2n} \sin(2n\pi\xi) \cos(\Omega_i \tau). \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в уравнение (2), группируя слагаемые с $\sin(\Omega_i \tau)$ и $\cos(\Omega_i \tau)$, после некоторых преобразований получаем два набора уравнений:

$$A_{2k-1} \left\{ [(2k-1)\pi]^4 - F[(2k-1)\pi]^2 - M\Omega_i^2 \right\} = \sum_n \frac{4(2k-1)2n}{(2k-1)^2 - (2n)^2} \Omega_i H A_{2n}; \quad (4a)$$

$$A_{2n} \left\{ [2n\pi]^4 - F[2n\pi]^2 - M\Omega_i^2 \right\} = \sum_k \frac{4(2k-1)2n}{(2k-1)^2 - (2n)^2} \Omega_i H A_{2k-1}. \quad (4b)$$

Если в решении (3) учесть только два первых слагаемых ($k = n = 1$) и приравнять получившийся определитель системы уравнений (4) к нулю:

$$\begin{vmatrix} \pi^4 - F\pi^2 - M\Omega_i^2 & \sigma \cdot (H \cdot \Omega_i) \\ \sigma \cdot (H \cdot \Omega_i) & (2\pi)^4 - F(2\pi)^2 - M\Omega_i^2 \end{vmatrix} = 0,$$

где $\sigma = 8/3$, получим биквадратное уравнение относительно собственных частот Ω_i :

$$A(U_0)\Omega_i^4 + B(U_0)\Omega_i^2 + C(U_0) = 0. \quad (5)$$

Учитывая, что $\Omega = \sqrt{\frac{m_p}{E}} \omega$, найдем

$$\omega_1(U_0) = \sqrt{\frac{E}{m_p}} \sqrt{\frac{-B(U_0) - \sqrt{B(U_0)^2 - 4A(U_0)C(U_0)}}{2A(U_0)}},$$

$$\omega_2(U_0) = \sqrt{\frac{E}{m_p}} \sqrt{\frac{-B(U_0) + \sqrt{B(U_0)^2 - 4A(U_0)C(U_0)}}{2A(U_0)}}.$$

На рис. 1 приведены графики полученных решений для трубопровода с параметрами:

- наружный диаметр – 0,2 м;
- толщина стенки – 0,01 м;
- длина – 10 м;
- модуль упругости материала – $2 \cdot 10^{11}$ Па;
- плотность материала – 7850 кг/м^3 ;
- плотность жидкости – 1000 кг/м^3 .

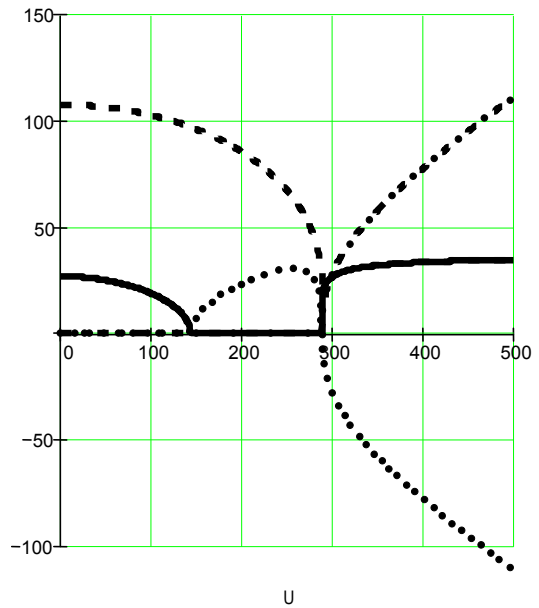


Рис. 1. Зависимость собственных частот трубопровода ω_i (рад/с) от скорости протекающей жидкости U (м/с): — — — — $\text{Re}(\omega_1(U))$; — — — — $\text{Re}(\omega_2(U))$; — $\text{Im}(\omega_1(U))$; - . - . - $\text{Im}(\omega_2(U))$

При скорости жидкости, равной нулю, точное решение соответствует решению для шарнирно опертого стержня. Собственные частоты в этом случае рассчитываются по выражению (см., например, [2])

$$\omega_i = \sqrt{\frac{EJ}{m_p + m_f}} \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2.$$

Для указанного трубопровода получим:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 26,977 \text{ рад/с;} \\ \omega_2 &= 107,91 \text{ рад/с;} \\ \omega_3 &= 242,79 \text{ рад/с.} \end{aligned}$$

Удерживая в решении четыре слагаемых, получим для собственных частот уравнение 8-й степени:

$$A\Omega_i^8 + B\Omega_i^6 + C\Omega_i^4 + D\Omega_i^2 + E = 0. \quad (6)$$

Поскольку решение этого уравнения в замкнутом виде получить невозможно, оно было решено численно с шагом по скорости $\Delta_U = 1 \text{ м/с}$. Решение для двух низших собственных частот представлено на рис. 2.

Анализ графиков (рис. 2) показывает, что с увеличением скорости жидкости собственные частоты системы уменьшаются и при $U \approx 145 \text{ м/с}$, когда $\omega_1 = 0$ наступает состояние дивергенции, то есть система теряет устойчивость. Однако такие большие скорости для промышленных трубопроводов не характерны, и, как следует из выражения для критической скорости (его можно получить из уравнения (4a), приравняв частоту к нулю)

$$U_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{EJ\pi^2}{m_f L^2}},$$

этот эффект следует учитывать только при проектировании систем с малой изгибной жесткостью.

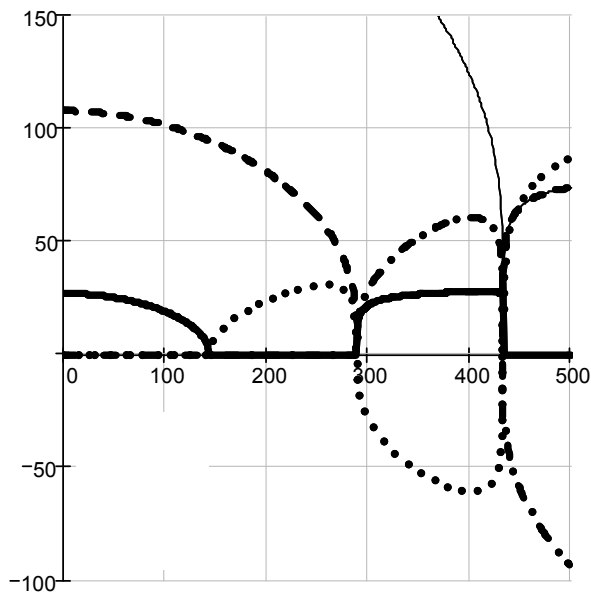


Рис. 2. Зависимость собственных частот трубопровода от скорости протекающей жидкости: — — — — — $Re(w_1)$; - - - - - $Re(w_2)$; $Im(w_1)$; - · - · - $Im(w_2)$; — — — — — $Re(w_3)$

Белов Иван Александрович,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры теоретической и прикладной механики,
телефон (4932) 26-97-11,
e-mail: tipm@tipm.ispu.ru

Исследование показывает, что при определенных скоростях жидкости снижение собственных частот трубопровода может стать существенным, и, если при проектировании системы использовался принцип отстройки собственных частот от частот возмущающих сил, трубопровод может попасть в резонанс. И хотя промышленные трубопроводы, имея вследствие относительно высокой жесткости критические скорости на порядок или два выше рабочих, не могут потерять устойчивость, при проектировании необходимо учитывать наличие движущейся жидкости, влияющей на их динамические характеристики.

На следующих этапах работы планируется провести анализ влияния стационарного потока жидкости на динамику криволинейного трубопровода, а также рассмотреть устойчивость автоколебательных процессов при пульсирующем потоке жидкости.

Список литературы

1. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. – М.: Наука, 1966.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967.