© «Вестник ИГЭУ» Вып. 4 2012 г.

УДК 621.926

Эволюция межфазной поверхности тепломассообмена в барботируемом слое

В.П. Жуков[1], Е.В. Барочкин[1], А.Ю. Ненаездников [2], А.Н. Беляков[1], А.Н. Росляков[1]
[1]ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», Иваново, Российская Федерация
[2]ОАО «Северсталь», Череповец, Российская Федерация
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Процессы движения газа и тепломассообмена в баботируемом слое жидкости традиционно рассматриваются раздельно, хотя их взаимное влияние весьма существенно.
Методы и материалы: Для описания процессов тепломассообмена в барботажной ступени предложено использовать кинетическое уравнение Больцмана.
Результаты: На основе уравнения Больцмана разработана математическая модель процессов движения и тепломассообмена, получено численное решение уравнения.
Выводы: Предложен новый подход к моделированию совмещенных процессов тепломассообмена в барботируемом слое жидкости.

Ключевые слова: межфазная поверхность, тепломассообмен, эволюция поверхности, уравнение Больцмана.

Evolution of heat and mass transfer interphase surface in bubbling layer

V.P. Zhukov[1], E.V. Barochkin[1], A.Y. Nenaezdnikov[2], A.N. Belyakov[1], A.N. Roslyakov[1]
[1] Ivanovo State Power University, Ivanovo, Russian Federation
[2] OSC «Severstal», Cherepovets, Russian Federation
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Abstract

Background: The processes of gas flow and heat transfer in the liquid bubbling layer are traditionally considered separately, although their mutual influence is of great significance.
Materials and methods: The authors propose the Boltzmann equation to describe the processes of heat and mass transfer in bubble stage.
Results: The authors present the mathematical model of motion, and heat and mass transfer based on the Boltzmann equation and numerical solution to the equation.
Conclusions: The authors propose a new approach for modeling the combined processes of heat and mass transfer in the liquid bubbling layer.

Key words: interphase surface, heat and mass transfer, evolution of the surface, the Boltzmann equation.

В процессе барботирования слоя жидкости пузырьками газа одновременно могут протекать процессы теплообмена, массообмена и смешивания. Интенсивность большинства процессов в слое барботируемой жидкости определяется площадью поверхности раздела фаз: чем больше эта площадь, тем интенсивней протекают процессы. Межфазная поверхность в слое может варьироваться за счет изменения размеров пузырьков, их гибели или рождения. Модели, описывающие эволюцию межфазной поверхности, позволяют ставить и решать задачи расчета и оптимального управления технологическими процессами в барботажных аппаратах, что является весьма актуальным для энергетики и смежных отраслей промышленности [1, 2].

На первом этапе исследования рассматривается задача формирования межфазной поверхности в слое жидкости для одиночного пузырька газа, на втором этапе предлагается обобщение задачи на случай барботирования через слой жидкости ансамбля пузырьков с заданными начальными свойствами.

Постановка и решение задачи теплообмена при движении пузырька в жидкости. Задача движения и теплообмена для одиночного пузырька в слое жидкости рассматривается в одномерной постановке в системе координат, представленной на рис. 1,а. На глубине h_0 от поверхности жидкости образуется пузырек радиусом r_0 с температурой газа T_0. Считается, что на пузырек при его всплытии кроме силы Архимеда и силы тяжести действует также сила гидродинамического сопротивления. Уравнение движения пузырька вдоль оси x под действием перечисленных сил записывается в виде

$$m\ddot{x} = -mg - F_{\text{c}} + F_{\text{A}} .$$

После деления уравнения на массу пузырька получаем

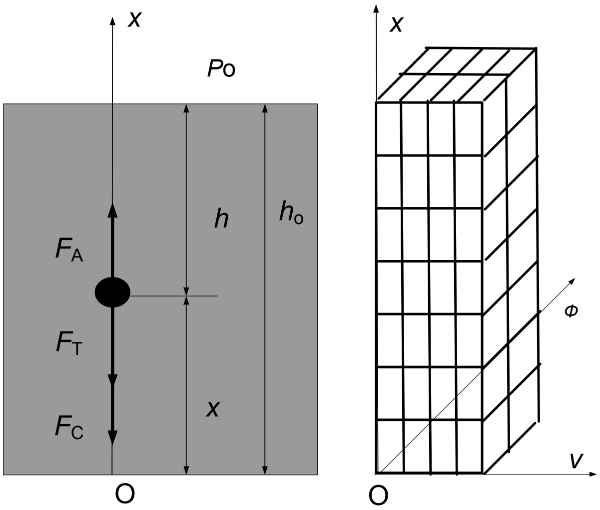
$$\ddot{x} = -g - \frac{F_c}{m} + \frac{F_A}{m}, \qquad (1)$$

где g – ускорение свободного падения; m – масса газа в пузырьке; mg – сила тяжести; F_c – сила сопротивления; F_A – сила Архимеда.

Сила сопротивления, отнесенная к массе пузырька (второе слагаемое в правой части уравнения (1)), для сферического пузырька находится из выражения [3]

$$\frac{F_c}{m} = -\frac{3}{8}\frac{\rho_ж}{\rho_г}\frac{c_f}{r}|v|v, \qquad (2)$$

где v – скорость пузырька газа радиусом r, $\rho_г$ и $\rho_ж$ – плотности газа и жидкости соответственно; $c_f = f(\mathrm{Re})$ – коэффициент сопротивления в функции от числа Рейнольдса [3].



а) б)

Рис. 1. Схема сил, действующих на пузырек газа в жидкости (а), и расчетное фазовое пространство (б)

Выражение для силы Архимеда (третье слагаемое в правой части уравнения (1)) записывается в виде

$$\frac{F_A}{m} = \frac{V_г\rho_ж g}{V_г\rho_г} = \frac{\rho_ж}{\rho_г}g, \qquad (3)$$

где $V_г$ – объем пузырька газа.

Следует отметить, что радиус пузырька и плотность газа внутри пузырька меняется за счет изменения давления и температуры газа. Связь параметров пара в пузырьке на первом этапе моделирования описывается уравнением состояния идеального газа

$$\frac{V_г P}{T} = \frac{m}{\mu}\mathrm{R}_\mu, \qquad (4)$$

где T – температура газа; μ – масса моля газа; R_μ – универсальная газовая постоянная; P – давление газа в пузырьке, определяемое суммой давлений над поверхностью жидкости P_0 и давлением столба жидкости

$$P = P_o + \rho_ж g(h_o - x). \qquad (5)$$

Разность температур жидкости и газа обусловливает теплообмен между ними, который описывается законом Ньютона [4]:

$$dQ = \alpha(T_ж - T)Sdt = m_г c dT,$$

где α – коэффициент теплоотдачи; c – теплоемкость газа; dQ – количество переданной тепловой энергии за время dt через поверхность площадью S.

Для пузырька сферической формы уравнение Ньютона представляется в виде

$$\frac{dT}{dt} = \frac{3\alpha}{r\rho_г c}(T_ж - T). \qquad (6)$$

Плотность газа, согласно (4), выражается как функция температуры и координаты:

$$\rho_г(x,T) = \frac{m}{V_г} = \frac{P(x)\mu}{T\mathrm{R}_\mu}. \qquad (7)$$

Размер сферического пузырька находится через его объем согласно выражению

$$r(x,T) = \sqrt[3]{\frac{3V_г(P(x),T)}{4\pi}}. \qquad (8)$$

Система дифференциальных уравнений (1), (6) относительно трех неизвестных функций $x(t)$, $v(t)$, $T(t)$ для ее численного решения представляется в машинном виде: каждое уравнение разрешается относительно первых производных неизвестных функций, а правые части не содержат производных этих функций:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v, \\ \dfrac{dv}{dt} = -g - \dfrac{3}{8}\dfrac{\rho_ж}{\rho_г(x,T)}\dfrac{c_f}{r(x,T)}|v|v + \dfrac{\rho_ж}{\rho_г(x,T)}g, \\ \dfrac{dT}{dt} = \dfrac{3\alpha}{c_г r(x,T)\rho_г(x,T)}(T_ж - T). \end{cases} \qquad (9)$$

Формализованная запись системы (9) позволяет получить ее численное решение стандартными методами. В нашем случае для решения системы (9) используется метод Рунге-Кутта четвертого порядка [5]. Решение системы (9) получено для следующих исходных данных: α = 3000 Вт/м^{2}К, r_0 = 0,005 м; $\rho_ж$ = 1000 кг/м^3; h_0 = 1 м; $P_0 = 10^5$ Па; c = 1918 Дж/кгК; $T_ж$ = 373 К; $T_г$ = 293 К. Результаты решения представлены в виде зависимостей искомых функций от времени процесса: $x(t)$, $v(t)$, $T(t)$ (рис. 2). Анализ полученных данных показывает, что для условий, характерных для атмосферных деаэраторов, температура газа и скорость пузырька практически мгновенно за время 10^{-3} и 10^{-4} с соответственно достигают установившихся значений. Расчетный анализ также показал, что при нагреве пузырька газа от 20 до 100 °С и подъеме его при этом на 1 м размер пузырька увеличивается на 18 %, а площадь межфазной поверхности – на 39 %.

Постановка и решение задачи теплообмена и массообмена при движении пузырька в жидкости. Анализ полученных результатов показывает, что в условиях атмосферной деаэрации температура газов внутри пузырька быстро устанавливается и достигает температуры насыщения. Для перегретого пара в ходе теплообмена температура практически мгновенно достигает температуры насыщения, а затем начинается конденсация пара. В качестве второй задачи исследования рассматривается задача движения отдельного пузырька пара в слое жидкости с учетом тепло- и массообмена при конденсации пара в пузырьке. При уменьшении массы и размера пузырька скорость пузырька изменяется, но остается равновесной, согласно экспериментальным данным [4].

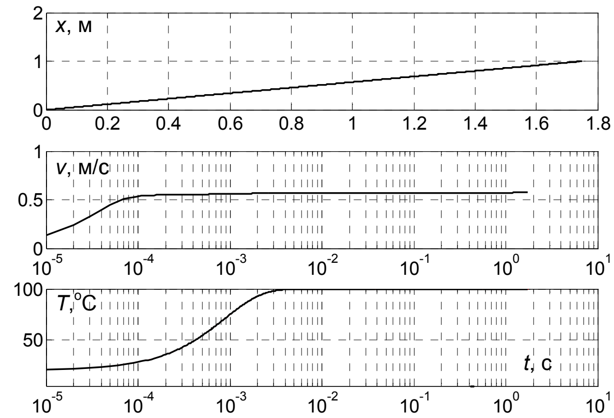


Рис. 2. Зависимости координаты пузырька газа, скорости его движения и температуры газа от времени с учетом теплообмена

Задачу эволюции межфазной поверхности с учетом конденсации пара сформулируем следующим образом. Пусть пар в состоянии насыщения подается в слой жидкости на глубине h_o от свободной поверхности. Обмен тепловой энергией между пузырьком и жидкостью проходит при постоянном значении температуры пара и приводит к его конденсации. В силу интенсивного перемешивания барботируемого слоя температура жидкости считается постоянной во всех точках, то есть аппарат является реактором идеального перемешивания.

Приведенные рассуждения позволяют принять следующие допущения при решении задачи:

- давление пара в пузырьке мгновенно выравнивается и становится равным гидростатическому давлению жидкости в слое;
- температура газа в пузырьке равна температуре насыщения при данном давлении (T_n = const);
- скорость пузырька практически мгновенно становится равной равновесной скорости пузырька такого же размера ($v = v(r)$).

Уравнение состояния газа (4) с учетом переменной массы газа в пузырьке перепишем в виде

$$\frac{V_{\text{г}}(x)P(x)}{T_n} = \frac{m(x)}{\mu}R_{\mu}. \tag{10}$$

Количество теплоты, переносимое через оболочку пузырька, определяется законом Ньютона (6) с учетом теплоты фазового перехода:

$$dQ = r_{\text{р}}dm_{\text{г}} = \alpha(T_{\text{ж}} - T_n)Sdt, \tag{11}$$

где $r_{\text{р}}$ – удельная теплота парообразования.

Решение дифференциального уравнения (11) с учетом сделанных допущений позволяет определить зависимость массы газа в пузырьке от времени:

$$m(t) = \left[\sqrt[3]{m_{\text{o}}} + \frac{A_2}{3}\int_0^t \frac{dt}{A_3(t)}\right]^3, \tag{12}$$

где коэффициенты A_i определяются из выражений

$$A_1 = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{T_n R_{\mu}}{\mu}}, \quad A_2 = \frac{4\pi\alpha A_1^2}{r_{\text{р}}}(T_n - T_{\text{ж}}),$$

$$A_3 = \left[P_{\text{o}} + \rho_{\text{ж}} g(h_{\text{o}} - x)\right]^{2/3}.$$

Результаты расчетных исследований, выполненных согласно модели (12), представлены в виде зависимости относительной массы пузырька от времени при различных значениях температуры жидкости в слое (рис. 3). При малой температуре жидкости наиболее интенсивно происходит теплообмен, конденсация и, соответственно, уменьшение массы газа пузырька. При достижении нулевой массы происходит схлопывание пузырька пара в слое жидкости. При таких режимах абсорбированный газ из пузырьков опять возвращается в слой жидкости, что является недопустимым для процесса деаэрации воды.

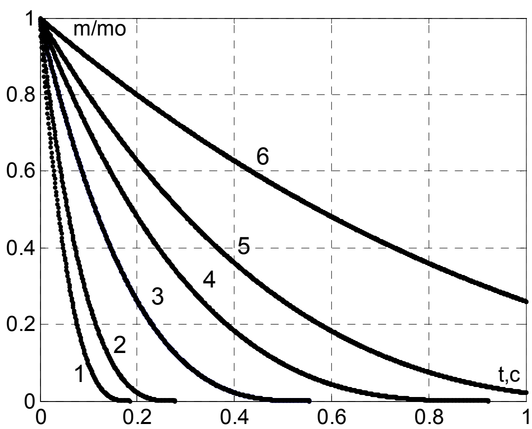


Рис. 3. Зависимость относительной массы пара от времени движения пузырька при различной температуре жидкости в барботируемом слое: 1 – 85; 2 – 90; 3 – 95; 4 – 97; 5 – 98, 6 – 99 °С

Приведенные результаты расчетного анализа показывают, что при малой температуре масса газа и размер пузырька изменяются интенсивно, и следовательно, равновесная скорость пузырька тоже изменяется. В этом случае допущение о постоянной равновесной скорости пузырька вносит существенную погрешность в результаты расчета, особенно при больших шагах по времени. Допустимая погрешность расчета может быть достигнута при использовании ячеечной модели и выборе для нее соответствующего временного шага [7].

Постановка и решение задачи теплообмена и массообмена при движении ансамбля пузырьков в жидкости. При деаэрации жидкости в барботажной ступени практический интерес представляет формирование межфазной поверхности для ансамбля пузырьков. Результаты, полученные для отдельных пузырьков, позволяют оценить применимость сделанных допущений о постоянстве скорости движения пузырька и выбрать временной шаг, при котором сделанное допущение вносит допустимую погрешность.

Для ансамбля пузырьков в барботажной ступени задается исходное распределение пузырьков по размерам. Движение пузырьков и теплообмен приводят к изменению их размера и скорости. Для описания эволюции площади межфазной поверхности предлагается использовать уравнение Больцмана [6, 7], определяющее изменение во времени распределения вещества в выбранном фазовом пространстве. В качестве координат фазового пространства рассматриваются вертикальная геометрическая координата (x), скорость пузырьков вдоль нее (v), которая считается однозначно связанной с размером пузырька r. Вдоль рассматриваемых фазовых координат x, v раздельно анализируются паровая и водяная фазы. В качестве третьей координаты фазового пространства выбрана дискретная координата Φ, показывающая фазовое состояние вещества и принимающая значение 1 для пара и 2 для воды. Таким образом, число координат, по которым отслеживается ход процесса, равно трем. Рассматриваемое фазовое пространство представлено на рис. 1,б. Для всех ячеек фазового пространств, согласно [7], выполняется сквозная нумерация, после чего формируется вектор состояния системы S.

Совокупность процессов теплообмена, массообмена и движения приводит к переходу вещества из одной ячейки фазового пространства в другие. Каждая ячейка, находящаяся внутри выделенного фазового пространства, может обмениваться веществом с соседними ячейками. Если ячейка находится на границе рассматриваемого фазового пространства, то переходы за границу определяются соответствующими граничными условиями. Для определения вероятностей переходов p_{ij} использовался метод конечных объемов [8], который при описании системы позволяет применять аналитические решения частных задач для отдельных подсистем.

Результаты расчетного анализа, выполненного в соответствии с [7], приведены в виде зависимости относительной площади межфазной поверхности от глубины погружения частиц при разных температурах воды (рис. 4). Результаты анализа согласуются с результатами исследований поведения отдельных пузырьков: при малой температуре жидкости происходит схлопывание пузырьков внутри слоя жидкости и возвращение абсорбированного газа снова в жидкость. Для эффективной организации деаэрации при высоте слоя воды 1 м необходима температура воды более 99 °С.

Таким образом, проведенные предварительные расчетные исследования продемонстрировали работоспособность подхода для определения рабочих режимов барботажных аппаратов. Кроме этого, разработанный подход позволяет ставить и решать задачи оптимального конструирования ступеней барботажных аппаратов.

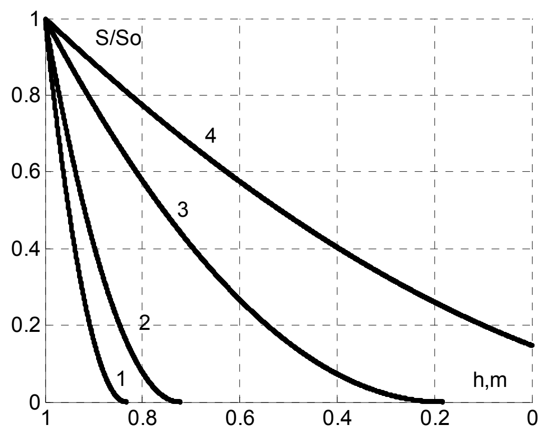


Рис. 4. Зависимость относительной поверхности раздела фаз ансамбля пузырьков от глубины погружения при разной температуре жидкости слоя: 1 – 95; 2 – 97; 3 – 99; 4 – 99,5 °С

Список литературы

1. **Теплообменники** энергетических установок: учебник для вузов / под общ. ред. Ю.М. Бродова. – Екатеринбург: Сократ, 2003. – 968 с.

2. **Кутателадзе С.С., Стырикович М.А.** Гидродинамика газо-жидкостных систем. – М.: Энергоиздат, 1958. – 232 с.

3. **Мизонов В.Е., Ушаков С.Г.** Аэродинамическая классификация порошков. – М.: Химия, 1989. – 160 с.

4. **Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел В.А.** Теплопередача. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 416 с.

5. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. – М.: Высш. шк., 1973. – 500 с.

6. **Вулис Л.А.** Теория и расчет магнитогазодинамических течений в каналах. – М.: Атомиздат, 1971. – 384 с.

7. **Свидетельство** о государственной регистрации программы для ЭВМ «Расчет многомерных совмещенных процессов измельчения, классификации в сыпучих средах» № 2010612671 от 19 апреля 2010 года / А.Н. Беляков, В.П. Жуков, А.А. Власюк, А.Е. Барочкин.

8. **Рояк М.Э., Соловейчик Ю.Г., Шурина Э.П**. Сеточные методы решения краевых задач математической физики. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1998. – 120 с.

References

1. Brodova, Yu.M. *Teploobmenniki energeticheskikh ustanovok* [Heat-transfer device of power installations]. Ekaterinburg, Sokrat, 2003. 968 p.

2. Kutateladze, S.S., Styrikovich, M.A. *Gidrodinamika gazo-zhidkostnykh sistem* [Hydrodynamics of gas-liquid systems]. Moscow, Energoizdat, 1958. 232 p.
3. Mizonov, V.E., Ushakov, S.G. *Aerodinamicheskaya klassifikatsiya poroshkov* [Aerodynamic classification of dusts]. Moscow, Khimiya, 1989. 160 p.
4. Isachenko, V.P., Osipova, V.A., Sukomel, V.A. *Teploperedacha* [Heat transmission]. Moscow, Energoatomizdat, 1981. 416 p.
5. Korn, G., Korn, T. *Spravochnik po matematike* [Mathematics handbook]. Moscow, Vysshaya shkola ,1973. 500 p.
6. Vulis, L.A. *Teoriya i raschet magnitogazodinamicheskikh techeniy v kanalakh* [Theory and calculation of magnetogasdynamic channel flow]. Moscow, Atomizda, 1971. 384 p.
7. Belyakov, A.N., Zhukov, V.P., Vlasyuk, A.A., Barochkin, A.E. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM* «*Raschet mnogomernykh sovmeshchennykh protsessov izmel'cheniya, klassifikatsii v sypuchikh sredakh»* [Certificate of State Registration of computer program «Calculation of multidimensional combined process of breaking, classification of loose medium»], no. 2010612671, 2010.
8. Royak, M.E., Soloveychik, Yu.G., Shurina, E.P. *Setochnye metody resheniya kraevykh zadach matematicheskoy fiziki* [Net solution method in boundary value problem in mathematical physics]. Novosibirsk, Izdatel'stvo NGTU, 1998. 120 p.

Жуков Владимир Павлович,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,
телефон (4932) 26-97-45,
e-mail: zhukov@home.ivanovo.ru

Барочкин Евгений Витальевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой тепловых электрических станций,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 408,
телефон (4932) 41-60-56, 26-99-31,
e-mail: admin@tes.ispu.ru

Ненаездников Александр Юрьевич,
ОАО «Северсталь»,
инженер,
адрес: 162600, Россия, Вологодская обл., г. Череповец, ул. Мира, д. 30

Беляков Антон Николаевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, докторант кафедры прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,
телефон (4932) 26-97-45.

Росляков Антон Николаевич,
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры тепловых электрических станций,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 408,
телефоны: (4932) 41-60-56, 26-99-31.