

## СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЕБИТОМ ВОДОЗАБОРНЫХ СКВАЖИН МИНЕРАЛЬНОЙ ВОДЫ

АТРОЩЕНКО О.И., асп.

Рассмотрен переход от системы дифференциальных уравнений в частных производных к нелинейной системе дифференциальных уравнений в форме Коши. Приведена методика синтеза управлений методом АКАР для нелинейной системы управления с распределенными параметрами; построены переходной процесс, пересечение поверхностей и фазовые траектории в фазовом пространстве.

*Ключевые слова:* математическая модель, гидродинамический режим, объект управления, управляющие воздействия.

## SYSTEM SYNTHESIS OF DEBIT MANAGEMENT OF MINERAL WATER SUPPLY WELL

O.I. ATROSHCHENKO, Post-Graduate Student

The author considers transition from differential equation system with quotient derivatives to a non-linear differential equation system in Cauchy form. The method of management synthesis with AKAR method for non-linear equation system with distributed constants is given. The transition process, intersection of surfaces and phase trajectory in phase space are plotted.

*Key words:* mathematical model, hydrodynamic mode, object of management, control impacts.

Основным негативным воздействием условий разработки месторождений является истощение эксплуатационных запасов ввиду чрезмерных водоотборов, существенно превышающих объемы природного инфильтрационного питания горизонтов. Дисбаланс выражается в том, что в процессе эксплуатации происходит систематическое снижение динамических уровней и осложняются как условия разработки месторождения, так и общая экологическая ситуация в районе. По этой причине основной задачей исследований являлось обоснование оптимальных гидродинамических режимов эксплуатации водозаборных сооружений, обеспечивающих минимальное истощение эксплуатационных запасов подземных вод.

Имеются пять водозаборных скважин центрального участка Кисловодского месторождения, из которых откачивается минеральная вода «Нарзан», и пять контрольных скважин. Центральный участок месторождения размещается в долине, сформированной слиянием рек Березовая и Ольховка, непосредственно в центре города. На участке эксплуатируется один водоносный горизонт.

Требуется разработать систему управления расходом (дебитом) минеральной воды из скважин, обеспечивающую заданное понижение уровня минеральной воды  $S$  водоносного горизонта в контрольных скважинах [2].

Математическая модель системы управления представлена в виде дифференциального уравнения в частных производных и запишется следующим образом [3]:

$$\dot{S} = \frac{1}{\eta} \times \left( k_x \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \right) - F \frac{dS}{dx} \quad (1)$$

$$-\hat{S}(t) \times \delta(x, y, z),$$

где  $S$  – понижение уровня, м;  $k_x, k_y, k_z$  – коэффициенты фильтрации по соответствующим осям, м/сут.;

$\eta$  – коэффициент упругости коллектора;  $F$  – скорость движения водоносного горизонта;  $\hat{S}(t)$  – управляющее воздействие.

Исток водоносного горизонта находится в гористой местности, формирование водного баланса которого подчинено сезонным природным условиям. В весеннее и летнее время, когда происходит обильное таяние снега, давление возрастает (уровень понижения имеет отрицательный знак), как следствие, возрастает и скорость течения в водоносном горизонте (рис. 1). В осеннее и зимнее время скорость течения падает, т.к. падает пластовое давление (уровень понижения имеет положительный знак). Исследования, проведенные геологической службой ЗАО «Нарзан», показывают, что эти сезонные колебания скорости связаны с уровнем понижения давления в пласте (переменным состоянием) следующей зависимостью:

$$F = F_0 - F_1, \quad F_0 = 1,5, \quad F_1 = a \sin\left(\frac{\pi S}{2,15}\right), \quad a = 0,5. \quad (2)$$

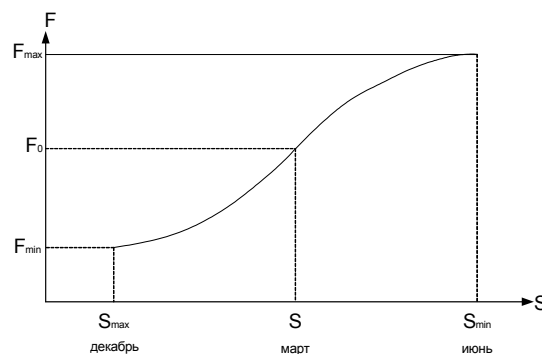


Рис. 1. Зависимость скорости течения  $F$  от понижения уровня  $S$

**Конструктивные параметры объекта.**

Конструктивные параметры объекта управления следующие:

1. Длина центрального участка составляет  $X_L = 1080$  м, ширина участка –  $Y_L = 270$  м, глубина скважин –  $Z_L = 165$  м.

2. Число точек дискретизации по осям  $x$ :  $i = \overline{1,7}$ ;  $y$ :  $j = \overline{1,4}$ ;  $z$ :  $k = \overline{1,4}$  [3].

3. Определение шагов дискретизации  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  по осям прямоугольной сетки, исходя из соотношений

$$\Delta x = \frac{X_L}{i-1} = \frac{1080}{6} = 180, \quad \Delta y = \frac{Y_L}{j-1} = \frac{270}{3} = 90, \quad \Delta z = \frac{Z_L}{k-1} = \frac{165}{3} = 55. \quad (3)$$

4. Понижение уровня  $S_{i,j,k}$  в точках объекта с координатами  $i = 0,8, j = 0,5, k = 0,5$  выходит за границы сетки дискретизации и в расчет не берется [2]. Понижение уровня  $S_{i,j,k}$  будет изменяться только во внутренних точках объекта –  $i = \overline{2, \dots, 6}, j = \overline{2,3}, k = \overline{2,3}$ . Таким образом, система дифференциальных уравнений в форме Коши –  $5 \times 2 \times 2 = 20$  порядка.

5.  $\hat{S}_{i,j,k}$  – это дебит (водозабор из скважин). Физический смысл  $\hat{S}_{i,j,k}$  – входное (управляющее) воздействие на объект управления, приложенное в точках дискретизации:  $\hat{S}_{2,3,3} = u_1, \hat{S}_{3,3,3} = u_2, \hat{S}_{4,3,3} = u_3, \hat{S}_{5,3,3} = u_4, \hat{S}_{6,3,3} = u_5$ . В этих точках  $\delta(x, y, z) = 1$ . В остальных точках  $\delta(x, y, z) = 0$ .

6. Коэффициент упругоэластичности коллектора  $\eta$  – параметр, характеризующий перетекание воды из одного водоносного горизонта в соседний. Если такое перетекание мало, то коэффициент выбирают близким к нулю. Принят постоянным  $\eta = 2 \times 10^{-7}$  1/м [2].

7. Коэффициент фильтрации по пространственным координатам  $k_{i,j,k}$  количественно характеризует водопроницаемость горных пород (способность пропускать через себя воду). Значения коэффициента составляют 0,2 до 0,45 м/сут (известняк) [2].

8. Соотношение  $F = (F_0 - a \sin(S))$  – нелинейная величина, определяющая скорость движения водоносного горизонта.

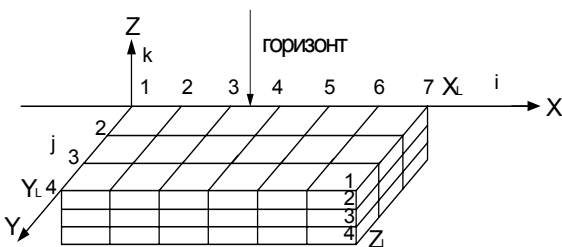


Рис. 2. Схема дискретизации объекта

**Граничные условия объекта управления.** В рассматриваемом случае граничные условия по координатам  $x, y, z$  имеют следующий вид [3]:

$$\frac{dS(x=1, y, z, t)}{dx} = 0, \quad \frac{dS(x=7, y, z, t)}{dx} = 0; \quad (4)$$

$$S(x, y=1, z, t) = 0; \quad (5)$$

$$\frac{dS(x, y=4, z, t)}{dy} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{dS(x, y, z=1, t)}{dz} = 0, \quad \frac{dS(x, y, z=4, t)}{dz} = 0. \quad (7)$$

Граничные условия (4), (6), (7) второго рода (постоянство производной на границе) и говорят о том, что падение уровня  $S$  на границе равно понижению уровня в точке, находящейся рядом с границей [3].

Граничное условие (5) первого рода (постоянное, установившееся значение функции на границе) и говорит, что мощность поступающего потока в граничные точки извне таква, что понижение уровня во внутренних точках не влияет на понижение уровня на границе (5).

**Построение модели системы управления.** Проведем конечномерную аппроксимацию дифференциального уравнения в частных производных (1) методом конечных разностей [3]:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{i,j,k} = & \frac{1}{\eta} \times k_{i,j,k} \left( \frac{S_{i-1,j,k} - 2S_{i,j,k} + S_{i+1,j,k}}{\Delta x^2} \right) + \\ & + \frac{1}{\eta} \times k_{i,j,k} \left( \frac{S_{i,j-1,k} - 2S_{i,j,k} + S_{i,j+1,k}}{\Delta y^2} \right) + \\ & + \frac{1}{\eta} \times k_{i,j,k} \left( \frac{S_{i,j,k-1} - 2S_{i,j,k} + S_{i,j,k+1}}{\Delta z^2} \right) - (F_0 - a \sin(S_{i,j,k})) \times \\ & \times \left( \frac{S_{i+1,j,k} - S_{i,j,k}}{\Delta x} \right) - \hat{S}_{i,j,k}(t) \times \delta(x_i, y_j, z_k). \end{aligned} \quad (8)$$

Для перехода к системе дифференциальных уравнений в форме Коши вводим следующие переменные состояния и обозначения:

$$\begin{aligned} S_{2,2,2} = x_1, \quad S_{3,2,2} = x_2, \quad S_{4,2,2} = x_3, \quad S_{5,2,2} = x_4, \\ S_{6,2,2} = x_5, \quad S_{2,3,2} = x_6, \quad S_{3,3,2} = x_7, \quad S_{4,3,2} = x_8, \\ S_{5,3,2} = x_9, \quad S_{6,3,2} = x_{10}, \quad S_{2,2,3} = x_{11}, \quad S_{3,2,3} = x_{12}, \\ S_{4,2,3} = x_{13}, \quad S_{5,2,3} = x_{14}, \quad S_{6,2,3} = x_{15}, \quad S_{2,3,3} = x_{16}, \\ S_{3,3,3} = x_{17}, \quad S_{4,3,3} = x_{18}, \quad S_{5,3,3} = x_{19}, \quad S_{6,3,3} = x_{20}, \end{aligned}$$

$$d_1 = \frac{1}{\eta \Delta x^2}, \quad d_2 = \frac{1}{\eta \Delta y^2}, \quad d_3 = \frac{1}{\eta \Delta z^2}.$$

С учетом граничных условий (4)–(7) и введенных обозначений модель системы управления в форме Коши представляется в виде многомерной системы:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -k_1 d_1 x_1 + k_2 d_1 x_2 - 2k_1 d_2 x_1 + k_6 d_2 x_6 - k_1 d_3 x_1 + k_{11} d_3 x_{11} - \\ &- (F_0 - a \sin(x_1)) \frac{x_2 - x_1}{\Delta x}; \\ \dot{x}_2 &= k_1 d_1 x_1 - 2k_2 d_1 x_2 + k_3 d_1 x_3 - 2k_2 d_2 x_2 + k_7 d_2 x_7 - k_2 d_3 x_2 + \\ &+ k_{12} d_3 x_{12} - (F_0 - a \sin(x_2)) \frac{x_3 - x_2}{\Delta x}; \\ \dot{x}_3 &= k_2 d_1 x_2 - 2k_3 d_1 x_3 + k_4 d_1 x_4 - 2k_3 d_2 x_3 + k_8 d_2 x_8 - k_3 d_3 x_3 + \\ &+ k_{13} d_3 x_{13} - (F_0 - a \sin(x_3)) \frac{x_4 - x_3}{\Delta x}; \\ \dot{x}_4 &= k_3 d_1 x_3 - 2k_4 d_1 x_4 + k_5 d_1 x_5 - 2k_4 d_2 x_4 + k_9 d_2 x_9 - \\ &- k_4 d_3 x_4 + k_{14} d_3 x_{14} - (F_0 - a \sin(x_4)) \frac{x_5 - x_4}{\Delta x}; \\ \dot{x}_5 &= k_4 d_1 x_4 - k_5 d_1 x_5 - 2k_5 d_2 x_5 + k_{10} d_2 x_{10} - k_5 d_3 x_5 + k_{15} d_3 x_{15}; \\ \dot{x}_6 &= -k_6 d_1 x_6 + k_7 d_1 x_7 + k_1 d_2 x_1 - k_6 d_2 x_6 - k_6 d_3 x_6 + k_{16} d_3 x_{16} - \\ &- (F_0 - a \sin(x_6)) \frac{x_7 - x_6}{\Delta x}; \\ \dot{x}_7 &= k_6 d_1 x_6 - 2k_7 d_1 x_7 + k_8 d_1 x_8 + k_2 d_2 x_2 - k_7 d_2 x_7 - k_7 d_3 x_7 + \\ &+ k_{17} d_3 x_{17} - (F_0 - a \sin(x_7)) \frac{x_8 - x_7}{\Delta x}; \\ \dot{x}_8 &= k_7 d_1 x_7 - 2k_8 d_1 x_8 + k_9 d_1 x_9 + k_3 d_2 x_3 - k_8 d_2 x_8 - k_8 d_3 x_8 + \\ &+ k_{18} d_3 x_{18} - (F_0 - a \sin(x_8)) \frac{x_9 - x_8}{\Delta x}; \\ \dot{x}_9 &= k_8 d_1 x_8 - 2k_9 d_1 x_9 + k_{10} d_1 x_{10} + k_4 d_2 x_4 - k_9 d_2 x_9 - \\ &- k_9 d_3 x_9 + k_{19} d_3 x_{19} - (F_0 - a \sin(x_9)) \frac{x_{10} - x_9}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{10} &= k_9 d_1 x_9 - k_{10} d_1 x_{10} + k_5 d_2 x_5 - k_{10} d_2 x_{10} - k_{10} d_3 x_{10} + \\ &+ k_{20} d_3 x_{20}; \\ \dot{x}_{11} &= -k_{11} d_1 x_{11} + k_{12} d_1 x_{12} - 2k_{11} d_2 x_{11} + k_{16} d_2 x_{16} + k_1 d_3 x_1 - \\ &- k_{11} d_3 x_{11} - (F_0 - a \sin(x_{11})) \frac{x_{12} - x_{11}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{12} &= k_{11} d_1 x_{11} - 2k_{12} d_1 x_{12} + k_{13} d_1 x_{13} - 2k_{12} d_2 x_{12} + k_{17} d_2 x_{17} + \\ &+ k_2 d_3 x_2 - k_{12} d_3 x_{12} - (F_0 - a \sin(x_{12})) \frac{x_{13} - x_{12}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{13} &= k_{12} d_1 x_{12} - 2k_{13} d_1 x_{13} + k_{14} d_1 x_{14} - 2k_{13} d_2 x_{13} + k_{18} d_2 x_{18} + \\ &+ k_3 d_3 x_3 - k_{13} d_3 x_{13} - (F_0 - a \sin(x_{13})) \frac{x_{14} - x_{13}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{14} &= k_{13} d_1 x_{13} - 2k_{14} d_1 x_{14} + k_{15} d_1 x_{15} - 2k_{14} d_2 x_{14} + k_{19} d_2 x_{19} + \\ &+ k_4 d_3 x_4 - k_{14} d_3 x_{14} - (F_0 - a \sin(x_{14})) \frac{x_{15} - x_{14}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{15} &= k_{14} d_1 x_{14} - k_{15} d_1 x_{15} - 2k_{15} d_2 x_{15} + k_{20} d_2 x_{20} + \\ &+ k_5 d_3 x_5 - k_{15} d_3 x_{15}; \\ \dot{x}_{16} &= -k_{16} d_1 x_{16} + k_{17} d_1 x_{17} + k_{11} d_2 x_{11} - k_{16} d_2 x_{16} + k_6 d_3 x_6 - \\ &- k_{16} d_3 x_{16} - (F_0 - a \sin(x_{16})) \frac{x_{17} - x_{16}}{\Delta x} - u_1; \\ \dot{x}_{17} &= -k_{16} d_1 x_{16} - 2k_{17} d_1 x_{17} + k_{18} d_2 x_{18} + k_{12} d_2 x_{12} - k_{17} d_2 x_{17} + \\ &+ k_7 d_3 x_7 - k_{17} d_3 x_{17} - (F_0 - a \sin(x_{17})) \frac{x_{18} - x_{17}}{\Delta x} - u_2; \\ \dot{x}_{18} &= k_{17} d_1 x_{17} - 2k_{18} d_1 x_{18} + k_{19} d_1 x_{19} + k_{13} d_2 x_{13} - k_{18} d_2 x_{18} + \\ &+ k_8 d_3 x_8 - k_{18} d_3 x_{18} - (F_0 - a \sin(x_{18})) \frac{x_{19} - x_{18}}{\Delta x} - u_3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{19} &= k_{18} d_1 x_{18} - 2k_{19} d_1 x_{19} + k_{20} d_1 x_{20} + k_{14} d_2 x_{14} - k_{19} d_2 x_{19} + \\ &+ k_9 d_3 x_9 - k_{19} d_3 x_{19} - (F_0 - a \sin(x_{19})) \frac{x_{20} - x_{19}}{\Delta x} - u_4; \\ \dot{x}_{20} &= k_{19} d_1 x_{19} - k_{20} d_1 x_{20} + k_{15} d_2 x_{15} - k_{20} d_2 x_{20} + k_{10} d_3 x_{10} - \\ &- k_{20} d_3 x_{20} - u_5. \end{aligned} \tag{9}$$

Ставится задача синтеза управлений  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$ , обеспечивающих перевод объекта (10) из произвольного начального состояния в некоторой области фазового пространства в заданное состояние и стабилизацию состояний к постоянному значению  $x_1 = x_1^0, x_2 = x_2^0, x_3 = x_3^0, x_4 = x_4^0, x_5 = x_5^0$  [5].

Макропеременные  $\psi_m(x_1, \dots, x_n)$  должны удовлетворять функциональному уравнению [3]

$$T_m \dot{\psi}_m(t) + \psi_m(t) = 0 \tag{10}$$

на траекториях движения замкнутой системы.

В соответствии с числом независимых каналов управления, для рассматриваемого объекта может быть назначено пять инвариантов. Анализируя математическую модель, можно отметить, что управляющие воздействия  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$  входят в правые части дифференциальных уравнений, отражающих динамику изменения переменных  $x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$ , т.е., при векторном управлении сначала используем параллельную совокупность многообразий по числу каналов управления, а затем осуществляем последовательный перевод ИТ от одного притягивающего многообразия к другому в соответствии с процедурой синтеза скалярного управления.

Анализируя математическую модель (9), можно заметить, что управляющие воздействия  $u_1 - u_5$  входят в правые части дифференциальных уравнений, отражающих динамику изменения состояний  $\dot{x}_{16} - \dot{x}_{20}$ . Следовательно, согласно методу АКАР, может быть назначено пять инвариантов (стабилизация понижения уровня  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ ). Целесообразно выбрать параллельную совокупность инвариантных многообразий следующего вида [4]:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= x_{16} + \varphi_1, \\ \psi_2 &= x_{17} + \varphi_2, \\ \psi_3 &= x_{18} + \varphi_3, \\ \psi_4 &= x_{19} + \varphi_4, \\ \psi_5 &= x_{20} + \varphi_5. \end{aligned} \tag{11}$$

Инвариантные многообразия (11) должны удовлетворять решению системы функциональных уравнений АКАР:

$$\begin{aligned} T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 &= 0, \\ T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 &= 0, \\ T_3 \dot{\psi}_3(t) + \psi_3 &= 0, \\ T_4 \dot{\psi}_4(t) + \psi_4 &= 0, \\ T_5 \dot{\psi}_5(t) + \psi_5 &= 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Структура многообразий (11) определяется необходимостью выполнения инвариантов [4]:

$$\begin{aligned} x_1 - x_1^0 = 0, \quad x_2 - x_2^0 = 0, \quad x_3 - x_3^0 = 0, \\ x_4 - x_4^0 = 0, \quad x_5 - x_5^0 = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0$  – заданные значения переменных состояния.

При попадании изображающей точки системы на пересечение многообразий  $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0, \psi_3 = 0, \psi_4 = 0, \psi_5 = 0$ , согласно методу «расширения – сжатия фазового пространства», происходит декомпозиция системы (10) и динамика системы описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1\psi} &= -k_1 d_1 x_{1\psi} + k_2 d_1 x_{2\psi} - 2k_2 d_2 x_{1\psi} + k_6 d_2 x_6 - k_1 d_3 x_{1\psi} + \\ &+ k_{11} d_3 x_{11\psi} - (F_0 - a \sin(x_{1\psi})) \frac{x_{2\psi} - x_{1\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{2\psi} &= k_1 d_1 x_{1\psi} - 2k_2 d_1 x_{2\psi} + k_3 d_1 x_{3\psi} - 2k_2 d_2 x_{2\psi} + k_7 d_2 x_{7\psi} - \\ &- k_2 d_3 x_{2\psi} + k_{12} d_3 x_{12\psi} - (F_0 - a \sin(x_{2\psi})) \frac{x_{3\psi} - x_{2\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{3\psi} &= k_2 d_1 x_{2\psi} - 2k_3 d_1 x_{3\psi} + k_4 d_1 x_{4\psi} - 2k_3 d_2 x_{3\psi} + k_8 d_2 x_{8\psi} - \\ &- k_3 d_3 x_{3\psi} + k_{13} d_3 x_{13\psi} - (F_0 - a \sin(x_{3\psi})) \frac{x_{4\psi} - x_{3\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{4\psi} &= k_3 d_1 x_{3\psi} - 2k_4 d_1 x_{4\psi} + k_5 d_1 x_{5\psi} - 2k_4 d_2 x_{4\psi} + k_9 d_2 x_{9\psi} - \\ &- k_4 d_3 x_{4\psi} + k_{14} d_3 x_{14\psi} - (F_0 - a \sin(x_{4\psi})) \frac{x_{5\psi} - x_{4\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{5\psi} &= k_4 d_1 x_{4\psi} - k_5 d_1 x_{5\psi} - 2k_5 d_2 x_{5\psi} + k_{10} d_2 x_{10\psi} - k_5 d_3 x_{5\psi} + \\ &+ k_{15} d_3 x_{15\psi}; \\ \dot{x}_{6\psi} &= -k_6 d_1 x_{6\psi} + k_7 d_1 x_{7\psi} + k_1 d_2 x_{1\psi} - k_6 d_2 x_{6\psi} - k_6 d_3 x_{6\psi} + \\ &+ k_{16} d_3 \varphi_1 - (F_0 - a \sin(x_{6\psi})) \frac{x_{7\psi} - x_{6\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{7\psi} &= k_6 d_1 x_{6\psi} - 2k_7 d_1 x_{7\psi} + k_8 d_1 x_{8\psi} + k_2 d_2 x_{2\psi} - k_7 d_2 x_{7\psi} - \\ &- k_7 d_3 x_{7\psi} + k_{17} d_3 \varphi_2 - (F_0 - a \sin(x_{7\psi})) \frac{x_{8\psi} - x_{7\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{8\psi} &= k_7 d_1 x_{7\psi} - 2k_8 d_1 x_{8\psi} + k_9 d_1 x_{9\psi} + k_3 d_2 x_{3\psi} - k_8 d_2 x_{8\psi} - \\ &- k_8 d_3 x_{8\psi} + k_{18} d_3 \varphi_3 - (F_0 - a \sin(x_{8\psi})) \frac{x_{9\psi} - x_{8\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{9\psi} &= k_8 d_1 x_{8\psi} - 2k_9 d_1 x_{9\psi} + k_{10} d_1 x_{10\psi} + k_4 d_2 x_{4\psi} - k_9 d_2 x_{9\psi} - \\ &- k_9 d_3 x_{9\psi} + k_{19} d_3 \varphi_4 - (F_0 - a \sin(x_{9\psi})) \frac{x_{10\psi} - x_{9\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{10\psi} &= k_9 d_1 x_{9\psi} - k_{10} d_1 x_{10\psi} + k_5 d_2 x_{5\psi} - k_{10} d_2 x_{10\psi} - \\ &- k_{10} d_3 x_{10\psi} + k_2 d_3 \varphi_5; \\ \dot{x}_{11\psi} &= -k_{11} d_1 x_{11\psi} + k_{12} d_1 x_{12\psi} - 2k_{11} d_2 x_{11\psi} + k_{16} d_2 \varphi_1 + \\ &+ k_{11} d_3 x_{11\psi} - k_{11} d_3 x_{11\psi} - (F_0 - a \sin(x_{11\psi})) \frac{x_{12\psi} - x_{11\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{12\psi} &= k_{11} d_1 x_{11\psi} - 2k_{12} d_1 x_{12\psi} + k_{13} d_1 x_{13\psi} - 2k_{12} d_2 x_{12\psi} + \\ &+ k_{17} d_2 \varphi_2 + k_2 d_3 x_{2\psi} - k_{12} d_3 x_{12\psi} - \\ &- (F_0 - a \sin(x_{12\psi})) \frac{x_{13\psi} - x_{12\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{13\psi} &= k_{12} d_1 x_{12\psi} - 2k_{13} d_1 x_{13\psi} + k_{14} d_1 x_{14\psi} - 2k_{13} d_2 x_{13\psi} + \\ &+ k_{18} d_2 \varphi_3 + k_3 d_3 x_{3\psi} - k_{13} d_3 x_{13\psi} - \\ &- (F_0 - a \sin(x_{13\psi})) \frac{x_{14\psi} - x_{13\psi}}{\Delta x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{14\psi} &= k_{13} d_1 x_{13\psi} - 2k_{14} d_1 x_{14\psi} + k_{15} d_1 x_{15\psi} - 2k_{14} d_2 x_{14\psi} + \\ &+ k_{19} d_2 \varphi_4 + k_4 d_3 x_{4\psi} - k_{14} d_3 x_{14\psi} - \\ &- (F_0 - a \sin(x_{14\psi})) \frac{x_{15\psi} - x_{14\psi}}{\Delta x}; \\ \dot{x}_{15\psi} &= k_{14} d_1 x_{14\psi} - k_{15} d_1 x_{15\psi} - 2k_{15} d_2 x_{15\psi} + k_{20} d_2 \varphi_5 + \\ &+ k_5 d_3 x_{5\psi} - k_{15} d_3 x_{15\psi}, \end{aligned} \quad (14)$$

где неизвестные функции  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$  – «внутренние» управления.

На втором этапе синтеза для поиска «внутренних» управлений вводится группа внутренних инвариантов многообразий  $\psi_6 = 0, \psi_7 = 0, \psi_8 = 0, \psi_9 = 0, \psi_{10} = 0$  по числу внутренних управлений [4]:

$$\begin{aligned} \psi_6 &= \dot{x}_1 + x_1 - x_1^0 = 0, \\ \psi_7 &= \dot{x}_2 + x_2 - x_2^0 = 0, \\ \psi_8 &= \dot{x}_3 + x_3 - x_3^0 = 0, \\ \psi_9 &= \dot{x}_4 + x_4 - x_4^0 = 0, \\ \psi_{10} &= \dot{x}_5 + x_5 - x_5^0 = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Инвариантные многообразия (15) должны удовлетворять решению системы функциональных уравнений АКАР:

$$\begin{aligned} T_6 \dot{\psi}_6(t) + \psi_6 &= 0, \\ T_7 \dot{\psi}_7(t) + \psi_7 &= 0, \\ T_8 \dot{\psi}_8(t) + \psi_8 &= 0, \\ T_9 \dot{\psi}_9(t) + \psi_9 &= 0, \\ T_{10} \dot{\psi}_{10}(t) + \psi_{10} &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Совместно решая системы уравнений (14), (15), (16), определяем внутренние управления  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ , после этого из решения (9), (11), (12) находим неизвестные внешние управления  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$  [5].

Параметры объекта управления следующие: коэффициент упругости коллектора –  $\eta = 0,000002$ ; коэффициенты фильтрации по пространственным координатам –  $k_1 = 0,2, k_2 = 0,2, k_3 = 0,2, k_4 = 0,25, k_5 = 0,25, k_6 = 0,25, k_7 = 0,3, k_8 = 0,3, k_9 = 0,3, k_{10} = 0,35, k_{11} = 0,35, k_{12} = 0,35, k_{13} = 0,4, k_{14} = 0,4, k_{15} = 0,4, k_{16} = 0,45, k_{17} = 0,45, k_{18} = 0,45, k_{19} = 0,45, k_{20} = 0,45$ ; коэффициенты нелинейности –  $a = 0,5, F_0 = 1,5$ . Параметры настройки регулятора следующие:  $T_1 = 0,5, T_2 = 0,1, T_3 = 0,5, T_4 = 0,4, T_5 = 0,6, T_6 = 0,5, T_7 = 0,1, T_8 = 0,5, T_9 = 0,4, T_{10} = 0,6$ .

На рис. 3 представлены результаты моделирования – стабилизация состояний  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  к установившемуся значению  $x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0$  [1]. На рис. 4 изображены изменения во времени управляющих воздействий  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$  в зоне расположения  $i$ -й скважины в метрах. На рис. 5 изображен фазовый портрет, пересечение внешних инвариантных многообразий  $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0$  в трехмерном фазовом

пространстве  $x_1 - x_2 - x_3$ : фазовые траектории, стартуя из произвольных начальных условий, под действием управления попадают на пересечение многообразий, а затем движутся к установившемуся состоянию.

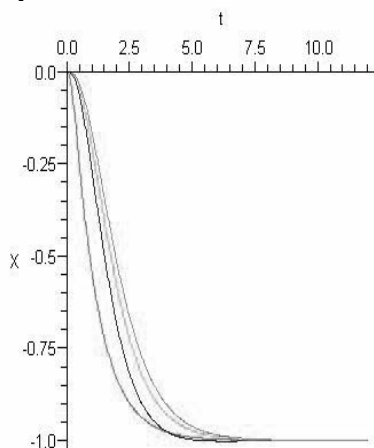


Рис. 3. Переходной процесс

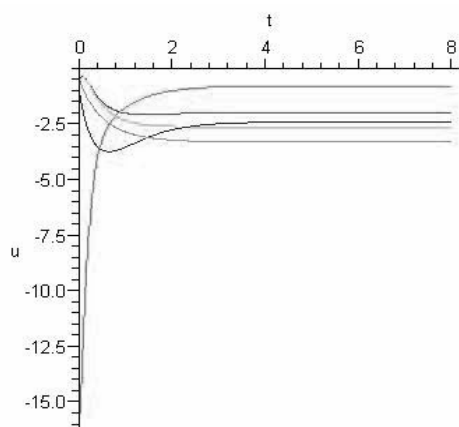


Рис. 4. Управляющие воздействия

Атрощенко Олег Игоревич,  
Пятигорский государственный технологический университет,  
аспирант,  
телефон (4932) 26-97-57.

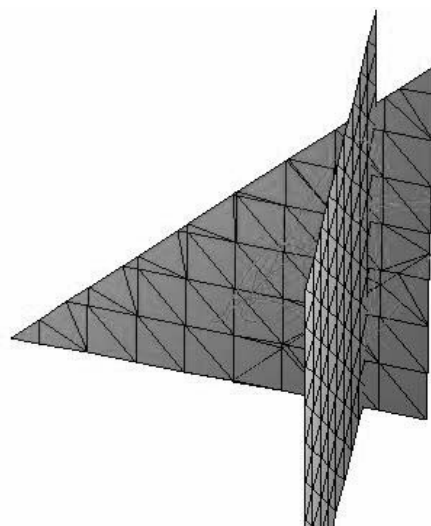


Рис. 5. Пересечение ИМ, ФТ

### Заключение

Синтезированные законы управления  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$  обеспечивают асимптотическую устойчивость движения замкнутой системы относительно заданного состояния, определяемого требованиями технологического процесса, устойчивый переходной процесс, который говорит о том, что через 8 суток произойдет стабилизация понижения уровня в контрольных скважинах к заданному значению  $S = -1$ .

### Список литературы

1. Дьяконов В. MAPLE 7: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2002.
2. Михайлов Л.Е. Гидрогеология. – Л.: Гидрометеоиздат, 1985.
3. Першин И.М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. – Пятигорск: Рекламно-информационное агентство на КМВ, 2007.
4. Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления / Под ред. А.А. Колесникова. Ч. II. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
5. Современная прикладная теория управления: Новые классы регуляторов технических систем / Под ред. А.А. Колесникова. Ч. III. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.