

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ЛОПАСТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В СМЕСИТЕЛЕ НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ

МИЗОНОВ В.Е., д-р техн. наук, БАРАНЦЕВА Е.А., канд. техн. наук, ХОХЛОВА Ю.В., асп.,  
BERTHIAUX H., Dr.-Eng., GATUMEL C., Dr.-Eng.

**Предложена ячеечная математическая модель формирования качества смеси в лопастном смесителе непрерывного действия. Показано, что существует оптимальная по качеству смеси степень захвата материала лопастями.**

*Ключевые слова:* непрерывное смешение, качество смеси, сегрегация, ячеечная модель.

## MATHEMATICAL MODEL OF THE BLADE MIXING KINETICS IN A CONTINUOUS MIXER

V.E. MIZONOV, Doctor of Engineering, E.A. BARANTSEVA, Candidate of Engineering,  
Y.V. KHOKHLOVA, Post-Graduate Student, H. BERTHIAUX, Doctor of Engineering, C. GATUMEL Doctor of Engineering

**A cell model of forming of mixture quality in a continuous blade mixer is proposed. The criterion of mixture quality was the standard deviation of tracer content at output of the mixer. The influence of material capture by the blades, material throughput and tendency of the key component to segregation on the mixture quality is examined. It is shown that the optimum degree of capture of material by blades exists that provides the best mixture quality.**

*Key words:* continuous mixing, mixture quality, segregation, cell model.

Получение качественных смесей сыпучих материалов является одной из актуальных задач технологии химической, строительной и других отраслей промышленности. Для этой цели используются смесители непрерывного и периодического действия, однако, независимо от их конкретного аппаратного оформления, чаще всего применяется лопастное перемешивание. Движущиеся лопасти позволяют преодолеть порог внутреннего трения между частицами компонентов, чем обеспечивают их подвижность в смеси и постепенное проникновение в различные зоны рабочего объема смесителя (микромасштабное перемешивание), и переносить значительные количества материала из одной зоны рабочего объема в другую (макромасштабное перемешивание). Несмотря на то, что микромасштабное перемешивание в целом и зависит от формы и размеров лопастей и скорости их вращения, все же оно протекает относительно независимо от этих параметров, плохо контролируется и зачастую приводит к нежелательным физическим явлениям, протекающим в смеси, например к сегрегации компонентов. Макромасштабное перемешивание, наоборот, напрямую зависит от них и может управляться выбором рациональных размеров лопастей, их комбинаций, взаимного расположения и т.д. Ниже представлено построение математической модели макромасштабного лопастного перемешивания, наложенного на микромасштабное, и выявлено влияние ряда его параметров на формирование качества смеси.

В основу моделирования положена теория цепей Маркова. Схема ячеечной модели процесса представлена на рис. 1,а.

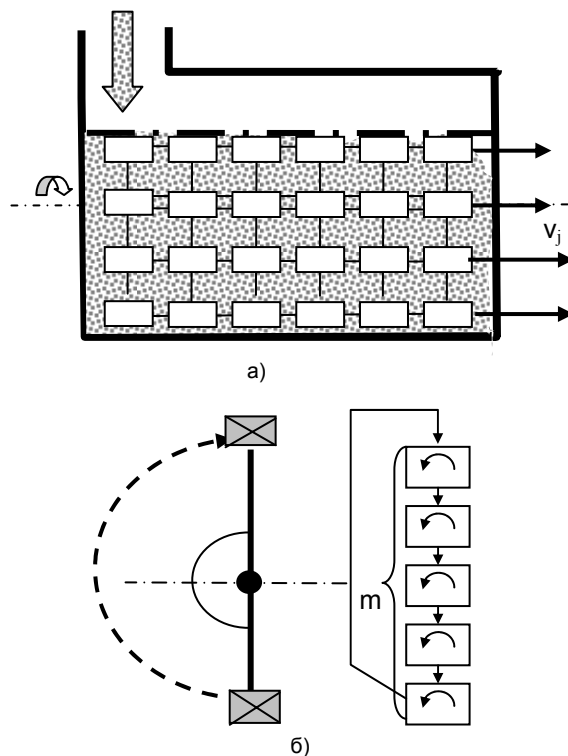


Рис. 1. Схема процесса: а – ячеечная модель смесителя; б – схема перемещения материала лопастью

Процессу поставлена в соответствие двумерная прямоугольная цепь ячеек с вероятностями переходов между ними в горизонтальном и вертикальном направлениях, которые составляют матрицу переходных вероятностей – основной оператор модели. Микроперемешивание допускает в течение промежутка времени  $\Delta t$  переходы только между соседними ячейками. Транспорт материала вдоль смесителя может происходить при разных скоростях движения

различных слоев. Правила построения матрицы переходных вероятностей для микроперемешивания  $P_m$  подробно описаны в работах [1, 2].

При лопастном перемешивании возможны переходы между удаленными друг от друга ячейками. Матрица лопастного перемешивания, соответствующая схеме переноса материала, показанной на рис. 1,б, может быть представлена в виде блочной матрицы

$$P_b = \begin{bmatrix} P_{b11} & Z & \dots & Z \\ Z & P_{b22} & \dots & Z \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z & Z & \dots & P_{bnn} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $P_{bii}$  – матрица переходов, обусловленных действием лопасти в  $i$ -м столбце;  $Z$  – нуль-матрица такого же размера; матрицы  $P_{bii}$  имеют размер  $m \times m$  и рассчитываются следующим образом:

$$P_{bii} = \begin{bmatrix} 1-\alpha & 0 & 0 & \alpha \\ \alpha & 1-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1-\alpha \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – доля материала, захватываемая лопастью в нижней ячейке и передаваемая вверх. Эта величина допускает целенаправленное изменение путем профилирования лопасти.

Характеризуя состояние смеси вектором

$$S^i = [S^i_1 \dots S^i_{m-1} S^i_m S^i_{m+1} \dots S^i_{m+m} \dots S^i_{nm}]^t, \quad (3)$$

где индекс  $t$  означает транспонирование, с помощью рекуррентного матричного равенства

$$S^{k+1} = P_m P_b S^k, \quad (4)$$

где  $k$  – номер временного перехода, можно описать всю кинетику процесса.

В численных экспериментах ключевой компонент (трассер) непрерывно подавался в левую верхнюю ячейку с производительностью единица массы на переход. Процесс считался установившимся, если суммарный выход из ячеек последнего столбца за переход приближался к единице. Качество смеси на выходе оценивалось среднеквадратичным отклонением содержания трассера в ячейках последнего столбца:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{m} \left( \sum_{j=1}^m (S^k_j - \frac{1}{m})^2 \right)}. \quad (5)$$

Некоторые результаты численных экспериментов показаны на рис. 2–4. Параметром распределения относительного содержания трассера в ячейках последнего столбца при отсутствии сегрегации и полном захвате материала лопастями (рис. 2) является безразмерная скорость транспорта материала в однородном потоке; случай  $v = 1$  соответствует идеальному поршневому потоку и максимальной производительности. При  $v = 1$  и  $\alpha = 1$  трассер перемещается из ячейки в

ячейку, не перемешиваясь. С уменьшением скорости часть трассера после перехода остается в ячейке и перемешивается с имеющимся там материалом. При  $v = 0,6$  достигается почти, а при  $v = 0,4$  – практически полное перемешивание, но производительность становится в 2,5 раза меньше по сравнению с поршневым потоком.

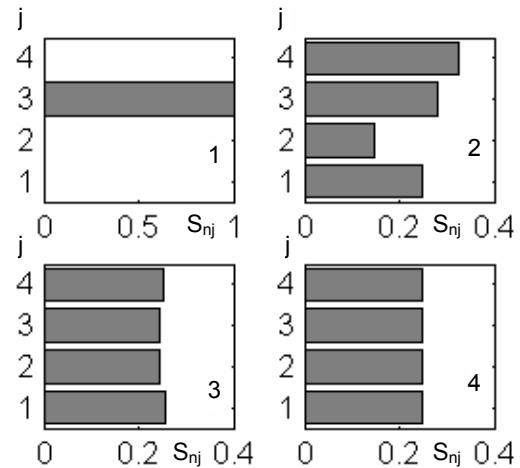


Рис. 2. Распределение содержания несегрегирующего трассера на выходе из смесителя ( $\alpha = 1$ ): 1 –  $v = 1$ ; 2 –  $v = 0,8$ ; 3 –  $v = 0,6$ ; 4 –  $v = 0,4$

Анализ влияния захвата материала лопастью на качество смеси при отсутствии сегрегации ключевого компонента (рис. 3) показывает, что величина захвата имеет оптимум по качеству смеси, увеличивающийся с уменьшением производительности, но ростом качества смеси. При поршневом потоке отсутствие лопасти и полный захват ею материала дает одинаковый эффект и самое низкое качество смеси. При  $\alpha = 0,5$  качество смеси возрастает почти на порядок. С уменьшением производительности оптимальное значение  $\alpha$  стремится к единице, а качество смеси соответственно растет.

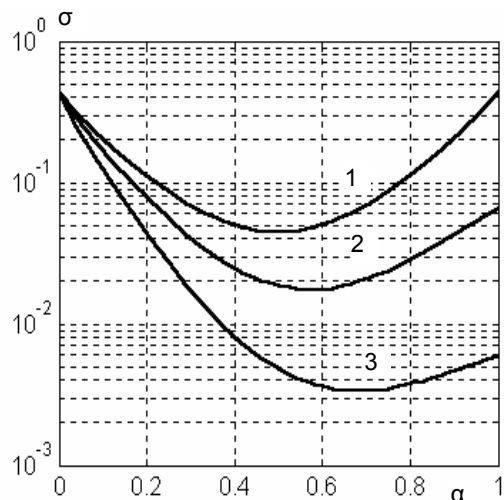


Рис. 3. Влияние захвата материала лопастью на качество несегрегирующей смеси: 1 –  $v = 1$ ; 2 –  $v = 0,8$ ; 3 –  $v = 0,6$

Наличие сегрегации ключевого компонента заметно меняет эту картину (рис. 4).

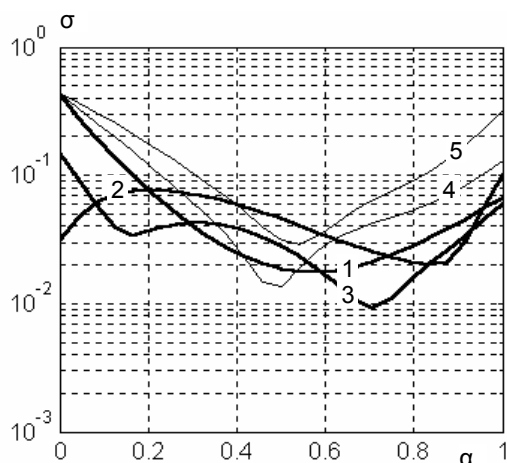


Рис. 4. Влияние захвата материала лопастью на качество сегрегирующей смеси ( $v = 0,8$ ): 1 –  $v_{tr} = 0$ ; 2 –  $v_{tr} = 0,1$ ; 3 –  $v_{tr} = 0,2$ ; 4 –  $v_{tr} = -0,1$ ; 5 –  $v_{tr} = -0,2$

Характер зависимости становится гораздо более сложным, но в среднем можно также констатировать, что рациональные значения  $\alpha$  лежат в интервале 0,5–0,75.

Мизонов Вадим Евгеньевич,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,  
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

Баранцева Елена Александровна,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики,  
e-mail: barantseva77@mail.ru

Хохлова Юлия Владимировна,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
аспирант кафедры прикладной математики,  
телефон (4932) 26-97-45.

Berthiaux Henri,  
Горный институт (г. Алби, Франция)  
доктор, профессор,  
e-mail: berthiaua@enstimac.fr

Gatumel Cenderin,  
Горный институт (г. Алби, Франция)  
доктор, доцент,  
e-mail: gatumel@enstimac.fr

Разработанная математическая модель позволяет рекомендовать конструктивные параметры лопастного аппарата смесителя непрерывного действия, обеспечивающие наилучшее качество смеси сыпучих материалов на выходе из него. Вместе с тем, как было показано выше, эти параметры могут зависеть от самих свойств компонентов смеси, в частности, от их склонности к сегрегации, вследствие чего они не могут быть рекомендованы заранее при производстве смесителей.

Одним из вариантов разрешения этого противоречия является производство смесителей с набором сменных лопастных аппаратов, устанавливаемых в условиях эксплуатации в зависимости от свойств смешиваемых компонентов.

#### Список литературы

1. Марик К., Баранцева Е.А. и др. // Изв. вузов. Химия и химическая технология. Вып. 2. – 2001. – Т. 44. – С. 121–123.
2. Влияние сегрегации трассера на трассирование неоднородного потока сыпучего материала / Хохлова Ю.В., Баранцева Е.А., Мизонов В.Е. и др. // Вестник ИГЭУ. – 2007. – Вып. 3. – С. 15–17.