

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА МЕЖДУ ПОТОКАМИ ГАЗА И СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА ПРИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПОДАЧЕ ГАЗА

МЕДВЕДЕВ В.Б., асп., СУББОТИН В.И., канд. техн. наук, МИЗОНОВ В.Е., д-р техн. наук, ЕЛИН Н.Н., д-р техн. наук

Предложена ячеечная математическая модель теплообмена между стохастически движущимися потоками газа и сыпучего материала при распределенной по длине процесса подаче горячего газа, базирующаяся на теории цепей Маркова и позволяющая численно моделировать обменные процессы без ограничений на линейность описываемых явлений. Рассмотрена задача о рациональном распределении подаваемого газа по длине теплообменного аппарата.

*Ключевые слова:* поток сыпучего материала, распределенный поток газа, теплообмен, ячеечная модель.

## HEAT EXCHANGE SIMULATION BETWEEN GAS FLOWS AND LOOSE MATERIAL AT DISTRIBUTED GAS FEEDING

V.B. MEDVEDEV, Post-Graduate Student, V.I. SUBBOTIN, Candidate of Engineering, V.E. MIZONOV, Doctor of Engineering, N.N. ELIN, Doctor of Engineering

The article suggests a cellular mathematical model of heat exchange between stochastically moving gas flows and loose material when hot gas feeding is distributed along the process. This model is based on the theory of Markov chains and allows simulating exchange processes without linearity restriction of described phenomena. Here the authors consider the problem of rational gas distribution fed along the heat-exchange apparatus.

*Key words:* loose material flow, distributed gas feeding, heat exchange, cellular model.

Необходимость моделирования теплообмена между потоком твердых частиц и потоком газа возникает при расчете процессов сушки дисперсных материалов, регенеративного теплообмена в регенераторах с подвижной гранулированной насадкой и ряда других процессов в различных отраслях промышленности. При этом достаточно часто по конструктивным соображениям газ не может подаваться в аппарат с одного из его торцов, а осуществляется распределенная по длине теплообменного аппарата подача газа, например, через перфорацию в канале для движения сыпучего материала. Особенностью этих потоков является наличие более или менее выраженной стохастической составляющей движения, приводящей к дополнительному случайному переносу массы и тепла вдоль определяющей координаты процесса. Опыт предыдущих работ по моделированию процессов в дисперсных средах, результаты которых обобщены в [1], показал, что эффективным инструментом для этой цели является математический аппарат теории цепей Маркова и связанные с ней ячеечные модели. Ниже рассмотрен ряд аспектов приложения этой теории к моделированию теплообмена в упомянутом выше процессе.

Его расчетная схема и ячеечное представление показано на рис. 1.

Рабочая длина теплообменника разбита на  $m$  ячеек идеального смешения длиной  $\Delta x = L/m$  одинакового объема  $\Delta V = A\Delta x$ , где  $A$  – площадь поперечного сечения канала. Масса материала и газа в ячейке рассчитывается по формулам  $M_{si} = (1-\varepsilon)\rho_{si}\Delta V$ ,  $M_{gi} = \varepsilon\rho_{gi}\Delta V$ , где  $\varepsilon$  – по-

розность материала в ячейке;  $\rho_{si}$  и  $\rho_{gi}$  – плотности материала и газа. В модели цепи ячеек для материала и для газа разнесены с учетом  $\varepsilon$ , хотя в реальном процессе они вложены друг в друга.

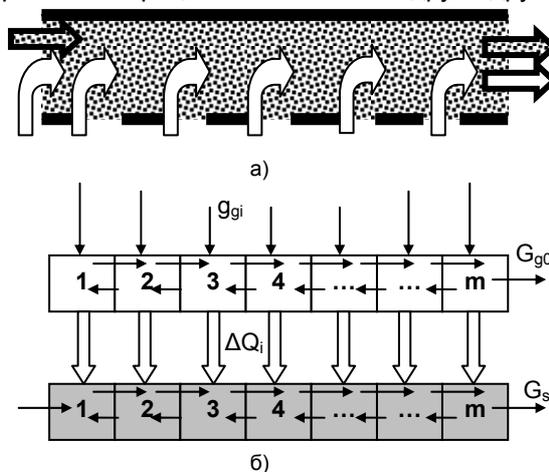


Рис. 1. Схема прямоточного теплообмена с распределенной подачей газа (а) и его ячеечная модель (б)

Текущее состояние процесса представлено распределением его параметров по ячейкам в виде векторов-столбцов температуры  $T$ , теплоты  $Q$  и массы  $M$ , каждый из которых имеет размер  $m \times 1$ . Выберем продолжительность перехода между последовательными состояниями  $\Delta t$  настолько малой, чтобы среда и переносимая с ней теплота могли перейти только в соседние (как вперед, так и назад) ячейки, но не далее. Текущее время при этом  $t_k = (k-1)\Delta t$ , где  $k$  – номер временного перехода. Кинетика процесса определяется рекуррентными матричными равенствами:

$$M_g^{k+1} = P_g M_g^k + M_{fg}^k; \quad (1)$$

$$M_s^{k+1} = P_s M_s^k + M_{fs}^k; \quad (2)$$

$$Q_g^{k+1} = P_g Q_g^k + Q_{fg}^k - \Delta Q_{gs}^k; \quad (3)$$

$$Q_s^{k+1} = P_s Q_s^k + Q_{sg}^k + \Delta Q_{gs}^k; \quad (4)$$

где движение массы и теплоты вдоль цепей контролируется переходными матрицами  $P_g$  и  $P_s$  и векторами внешних источников  $M_{fg}^k$ ,  $Q_{fg}^k$  и  $M_{fs}^k$ ,  $Q_{sg}^k$ , а теплообмен между цепями – вектором передаваемой за переход теплоты от газа к сыпучему материалу  $\Delta Q_{gs}^k$ .

Подача материала всегда локализована на входе, а его векторы источников имеют единственный ненулевой элемент для первой ячейки  $M_{fs1}^k = G_{s0} \Delta t$ ,  $Q_{fs1}^k = c_s T_{s0} G_{s0} \Delta t$ , где  $G_{s0}$  – массовый расход сыпучего материала;  $c_s$ ,  $T_{s0}$  – его теплоемкость и температура на входе. При распределенной подаче газа его суммарный расход  $G_{g0}$  распределен между ячейками в виде расходов  $g_{gi}$  ( $G_{g0} = \sum g_{gi}$ ) и представляет собой вектор  $g_g$ . Тогда при прямотоке (рис. 1) вектор расходов газа через ячейки цепи для газа рассчитывается как  $G_g = \text{cumsum}(g_g)$ , где **cumsum** – оператор кумулятивной суммы для вектора.

Структура переходных матриц имеет вид

$$P = \begin{bmatrix} 1-d-v_1 & d & 0 & \dots \\ d+v_1 & 1-2d-v_2 & d & \dots \\ 0 & d+v_2 & 1-2d-v_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $d = D \Delta t / \Delta x^2$  – вероятность чисто случайных (симметричных) переходов,  $D$  – коэффициент макродиффузии,  $v = W \Delta t / \Delta x$  – вероятность конвективного переноса,  $W$  – осредненная скорость продольного движения. Для сыпучего материала  $v_s$  постоянна, а для газа с распределенной подачей определяется по формуле

$$v_g = G_g \Delta t / M_g, \quad (6)$$

где  $/$  – оператор поэлементного деления векторов.

Вектор теплообмена между ячейками параллельных цепей рассчитывается как

$$\Delta Q_{gs}^k = \alpha_c^k S (T_g^k - T_s^k) \Delta t + \alpha_r^k S \left( \left( \frac{T_g^k + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_s^k + 273}{100} \right)^4 \right) \Delta t, \quad (7)$$

где  $\alpha_c^k$  и  $\alpha_r^k$  – векторы коэффициентов конвективной и радиационной теплоотдачи в ячейках;  $S$  – поверхность теплообмена в ячейке, зависящая от крупности частиц сыпучего материала.

Рассчитываемые на каждом переходе температуры сред связаны с теплотой и массой формулой

$$T^k = Q^k / (cM^k). \quad (8)$$

Формулы (1)–(8) полностью описывают кинетику теплообмена, начиная с подачи горячего газа с заданным распределением его по ячейкам, при известном начальном распределении по ячейкам температур в средах.

Некоторые результаты численных экспериментов с разработанной моделью показаны на рис. 2–4.

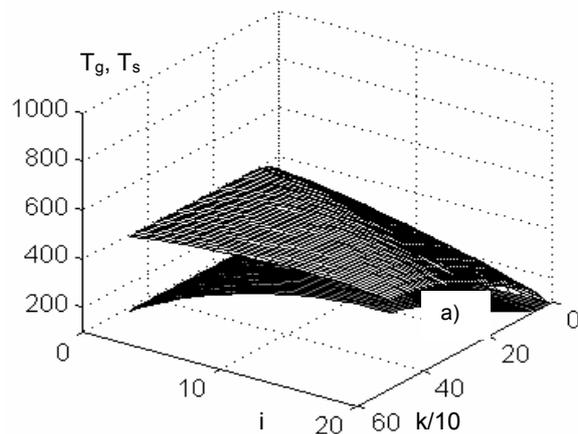
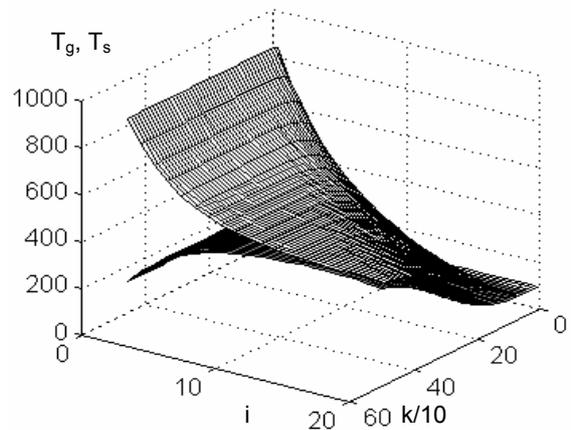


Рис. 2. Эволюция распределение температур при прямоточном теплообмене с подачей горячего газа: а – по схеме 1; б – по схеме 2

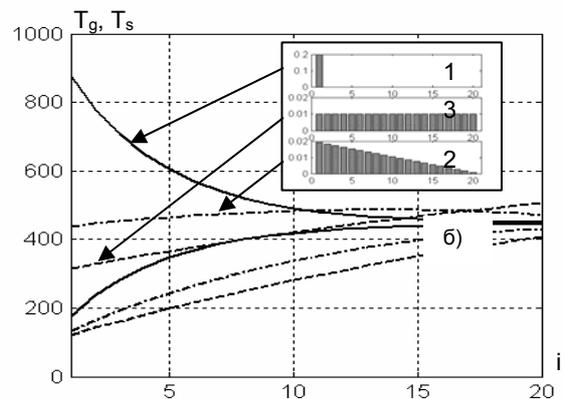


Рис. 3. Распределение температур при прямоточном теплообмене с различной подачей горячего газа: 1 – подача газа на вход аппарата; 2 – распределенная убывающая по длине подача; 3 – равномерно распределенная по длине подача

Локализованная подача газа в первую ячейку дает распределение температур, типичное для прямоточного теплообмена. При

любой распределенной подаче расход газа через первые ячейки мал, а время пребывания в них относительно велико. Поэтому газ сильно охлаждается, но мало прогревает материал. По мере подачи газа с исходной температурой

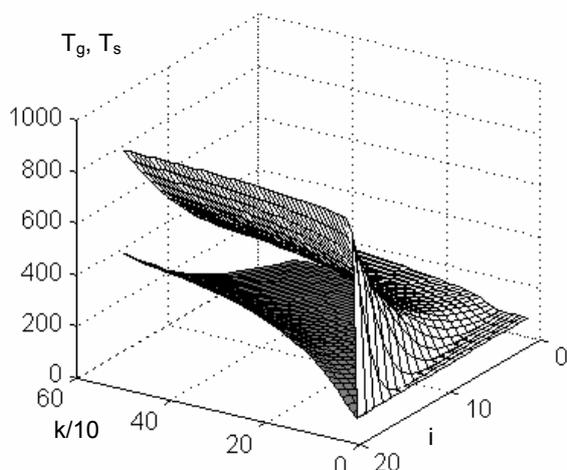


Рис. 4. Эволюция распределения температур при противоточном теплообмене с локализованной подачей горячего газа

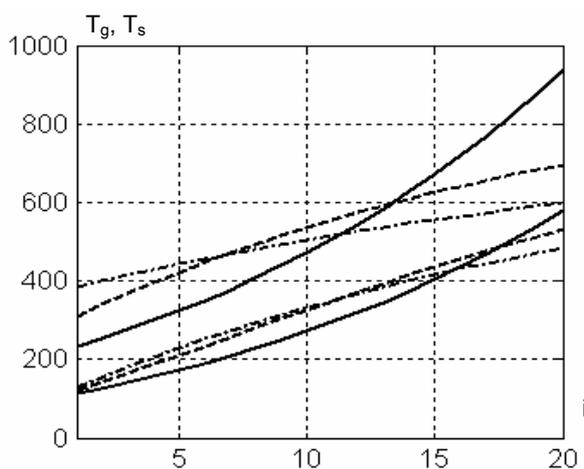


Рис. 5. Распределение температур при противоточном теплообмене с различной подачей горячего газа по схемам рис. 2

в последующие ячейки ситуация выправляется, и на выходе температуры газа и материала не очень существенно различаются для разных программ подачи газа.

Переход от прямотока к противотоку требует очень незначительных изменений в модели. Во-первых, вектор источников для газа записывается с последней, а не с первой ячейки, а во-вторых, в переходных матрицах (5) следует поменять местами диагонали, примыкающие к главной. Пример моделирования противоточного теплообмена показан на рис. 4, 5, где проявляется та же специфика распределенной подачи, что и при прямоточном теплообмене.

Рис. 4 иллюстрирует изменение по времени распределения температур по материалу и газу при локализованной подаче газа в по-

следнюю для материала ячейку навстречу его движению.

Рис. 5 показывает расчетное установившееся распределение температур при различных вариантах подачи газа по схемам, показанным на рис. 2. Локализованная противоточная подача газа (сплошные линии) соответствует типичной картине противоточного теплообмена.

Переход к различным вариантам распределенной подачи газа выравнивает эти распределения по длине аппарата, но во всех случаях температура материала на выходе ниже, чем при распределенной подаче, которая остается наиболее выгодным вариантом тепловой организации процесса. Вместе с тем понижение температуры материала на выходе является не очень значительным, и если конструктивные особенности организации процесса с распределенной подачей имеют иные преимущества, то на нее можно пойти без значительного ущерба в тепловой эффективности.

Для моделирования регенеративного теплообмена в регенераторах с гранулированной насадкой необходимо использовать разработанную модель на двух стадиях процесса. Сначала поток материала прогревается потоком горячего газа, который, в свою очередь, охлаждается перед выбросом в атмосферу.

Для моделирования этого процесса достаточно изменить температуру подаваемого газа (независимо от способа его подачи) и расчетные выражения для коэффициентов теплоотдачи, если это необходимо. Эта стадия моделируется в полном соответствии с описанными выше операциями. Затем поток уже горячего материала направляется в зону его взаимодействия с холодным воздухом, где воздух подогревается перед направлением на сжигание, а поток материала охлаждается. Охлажденный материал элеватором возвращается на вход в первую зону и так далее. Установившиеся распределения температур в обеих зонах достигаются после нескольких итерационных циклов, соответствующих реальному переходному процессу при запуске регенератора из холодного состояния. Несомненными преимуществами регенераторов с гранулированной насадкой являются невысокие требования к прочности материала, что позволяет использовать высокотемпературную керамику, и большая удельная поверхность теплообмена, что позволяет снижать габариты регенератора. Недостатками этих аппаратов является повышенное гидравлическое сопротивление и возможный вынос мелкодисперсных продуктов износа с уходящими газами, что может потребовать установки специальных фильтров. Очевидно, что окончательный выбор связан с условиями конкретной технологии.

Таким образом, предложенная ячеечная модель позволяет рассчитывать все технологически важные характеристики рассматриваемого процесса и вырабатывать рекомендации по его рациональной организации.

#### Список литературы

1. **Berthiaux H., Mizonov V.** Applications of Markov Chains in Particulate Process Engineering: A Review // *The Canadian Journal of Chemical Engineering*. – 2004. – V.85 – № 6. – P. 1143–1168.

Мизонов Вадим Евгеньевич,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,  
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

Елин Николай Николаевич,  
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,  
доктор технических наук, профессор кафедры гидравлики,  
e-mail: yelinnn@mail.ru

Субботин Владимир Иванович,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
кандидат технических наук, доцент кафедры промышленной теплоэнергетики,  
nelli@pte.ispu.ru

Медведев Вячеслав Борисович,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
аспирант кафедры промышленной теплоэнергетики,  
nelli@pte.ispu.ru